

Näherungsformeln zur Berücksichtigung von an Erdreich angrenzenden Flächen bei der thermischen Gebäudesimulation

Ermittlung

der wirksamen Erdschichtdicke d_E

der Amplitudendämpfung D_E

der wirksamen Erdreichtemperatur ϑ_E

in Anlehnung an DIN EN ISO 13370¹

L. Rouvel

Vorbemerkung

Der Wärmefluss über Flächen, die ans Erdreich grenzen, ist grundsätzlich dreidimensional. Daher müssen für die instationäre thermische Gebäudesimulation Näherungsverfahren zur ausreichend genauen Abbildung mittels der eindimensionalen instationären Wärmeleitung und Energiebilanzierung eingesetzt werden.

DIN EN 13370 gibt hierzu Berechnungsverfahren an. Allerdings sind diese nur bedingt direkt in eine instationäre thermische Gebäudesimulation umsetzbar, da dazu die erforderlichen Algorithmen nur im Grundsatz wie in einem Lehrbuch beschrieben sind. Außerdem gelten die beschriebenen Zusammenhänge nur für die gesamte Gebäudefläche, die an Erdreich angrenzt. Die Bewertung von Teilflächen, die für eine Planung von Gebäude und Anlagentechnik erforderlich ist, ist mit der in DIN EN 13370 beschriebenen pauschalen „Aufteilungsmethodik“ nicht ausreichend differenziert möglich.

In Anlehnung an die Vorgehensweise der DIN EN 13370 lässt sich dennoch eine praktikable und ausreichend genaue / differenzierte Vorgehensweise zur Berücksichtigung von an Erdreich grenzenden Flächen bei der thermischen Gebäudesimulation herleiten und aufzeigen.

Die Vorgehensweise erfolgt in drei Schritten:

- Ermittlung der wirksamen Erdschichtdicke d_E unterschieden nach
 - o Wände (senkrechte Flächen) an Erdreich angrenzend
 - o Fußboden (waagrechte Fläche) an Erdreich angrenzend
- Ermittlung der Amplitudendämpfung D_E für die Temperaturschwankungen der Außentemperatur durch das Erdreich unter Berücksichtigung der wirksamen Erdschichtdicke unterschieden nach
 - o Wände (senkrechte Flächen) an Erdreich angrenzend
 - o Fußboden (waagrechte Fläche) an Erdreich angrenzend
- Ermittlung der wirksamen Erdreichtemperatur ϑ_E auf Grund der Amplitudendämpfung durch das Erdreich.

Der 2. Schritt (Amplitudendämpfung D_E) geht dabei nur als Zwischenschritt zur Festlegung der Eingabedaten für die wirksame Erdreichtemperatur ein.

¹ [1] DIN EN ISO 13370: 2018-03: Wärmetechnisches Verhalten von Gebäuden – Wärmetransfer über das Erdreich – Berechnungsverfahren (ISO 13370:2017); Deutsche Fassung EN ISO 13370:2017

Anmerkung:

Die Herleitung der im Folgenden beschriebenen Näherungsformeln zur Berücksichtigung von an Erdreich angrenzenden Flächen bei der thermischen Gebäudesimulation ist durch Kombination der Auswertung der DIN EN 13370 mit einer Überprüfung mittels typischer Testbeispiele mit dem Programm FEHT „Finite Elemente Analysis“ von F-Chart Software, Madison, durchgeführt worden.

1. Grundsätzliche Vorgehensweise

Für Flächen, die an Erdreich angrenzen, sollen die erforderlichen Eingabedaten zur „Thermischen Gebäudesimulation **GEBSIMU**“ in Anlehnung an die Vorgehensweise nach DIN EN 13370 ermittelt werden.

Entsprechend den Vorgaben zur Eingabe im Formular „**Flächen**“ des Eingabeprogramms in **GEBSIMU** sind dazu 3 Schritte erforderlich:

Schritt 1: Auswahl der Flächenart

- o Wände (senkrechte Flächen) an Erdreich angrenzend
- o Fußboden (waagrechte Fläche) an Erdreich angrenzend

Schritt 2: Ermittlung und Eingabe der wirksamen Schichtdicke d_E für das Erdreich

- o Vorgabe der Art des Erdreichs
 - Wärmeleitfähigkeit
 - Wärmespeicherkapazität
 - Dichte
- o Ermittlung der wirksamen Schichtdicke d_E

Schritt 3: Ermittlung und Eingabe der wirksamen Erdreichtemperatur ϑ_E

Die wirksame Erdreichtemperatur ϑ_E lässt sich aus der Außentemperatur ϑ_a mittels der beiden Eckwerte

- o Wert $\vartheta_{E,max;So}$ bei Auslegungs-Außentemperatur für SOMMER $\vartheta_{a,max;So}$
- o Wert $\vartheta_{E,min;Wi}$ bei Auslegungs-Außentemperatur für WINTER $\vartheta_{a,min;Wi}$

ermitteln zu:

$$\vartheta_E = \vartheta_a \cdot \frac{\vartheta_{E,max;So} - \vartheta_{E,min;Wi}}{\vartheta_{a,max;So} - \vartheta_{a,min;Wi}} + \left(\vartheta_{E,max;So} - \vartheta_{a,max;So} \cdot \frac{\vartheta_{E,max;So} - \vartheta_{E,min;Wi}}{\vartheta_{a,max;So} - \vartheta_{a,min;Wi}} \right) \quad (1)$$

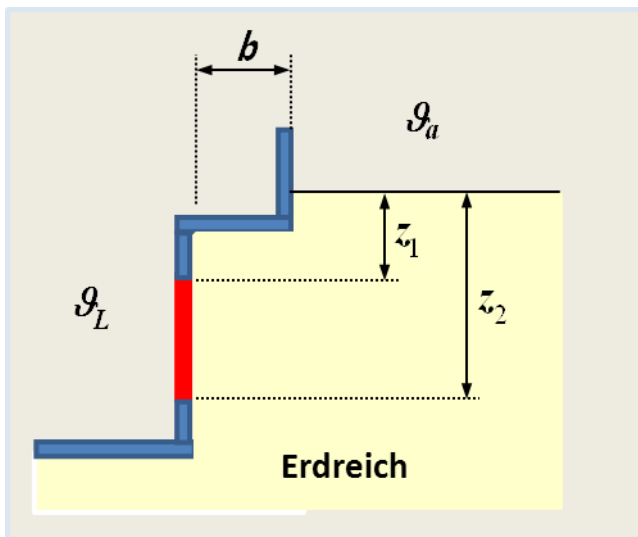
Ausgehend von der der wirksamen Erdschichtdicke d_E werden diese beiden Eckwerte $\vartheta_{E,max;So}$ und $\vartheta_{E,min;Wi}$ über die Temperaturamplitudendämpfung D_E durch das Erdreich berechnet.

Im Folgenden werden daher die Näherungsformeln für die Ermittlung der drei erforderlichen Kennwerte zusammengestellt:

- o wirksame Erdschichtdicke d_E
- o wirksame Erdreichtemperatur $\vartheta_{E,max;So}$ bei Auslegungs-Außentemperatur für SOMMER $\vartheta_{a,max;So}$
- o wirksame Erdreichtemperatur $\vartheta_{E,min;Wi}$ bei Auslegungs-Außentemperatur für WINTER $\vartheta_{a,min;Wi}$

2. Wirksame Erdschichtdicke d_E

2.1 Wirksame Erdschichtdicke d_E für Wände (senkrechte Flächen), die an Erdreich angrenzen



Die wirksame Erdschichtdicke d_E ermittelt sich zu:

$$d_E = b + z_1 + (z_2 - z_1) \cdot \frac{\pi}{2 \cdot \exp(1)} \quad (2)$$

wenn $d_E > 3 \cdot \delta_E$ gilt: $d_E = 3 \cdot \delta_E$ (3)

mit: δ_E Eindringtiefe für die Jahresperiode der Außentemperatur für das Erdreich in m

$$\delta_E = \sqrt{T \cdot \frac{\lambda}{\pi \cdot c \cdot \rho}} \quad (4)$$

mit: $T = 8.760 \text{ h/a} \cdot 3.600 \text{ s/h}$

Beispiel für Erdreich:

$$\lambda = 2 \quad \text{W/m}^2\text{K}$$

$$c \cdot \rho = 2.000 \quad \text{kJ/m}^3\text{K}$$

$$\Rightarrow \delta_E \approx \sqrt{10} \approx 3,2 \text{ m}$$

Üblicherweise ist der Wert für $b = 0$.

Damit vereinfacht sich Gl. (2) zu:

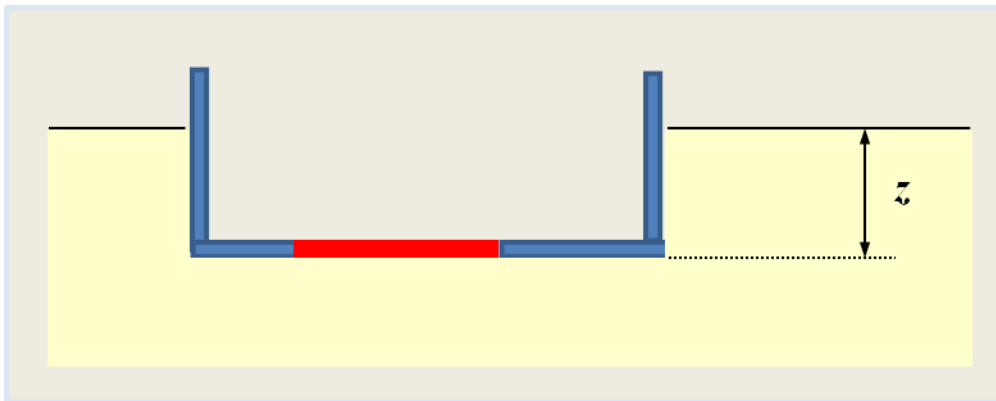
$$d_E = z_1 + (z_2 - z_1) \cdot \frac{\pi}{2 \cdot \exp(1)} \quad (2a)$$

Wenn zusätzlich der Wert für $z_1 = 0$ ist, gilt.

$$d_E = z_2 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot \exp(1)} \approx \frac{z_2}{2} \quad (2b)$$

2.2 Wirksame Erdschichtdicke d_E für Fußböden (waagrechte Flächen), die an Erdreich angrenzen

Fall A: Bodenfläche nicht an den Rand der Bodenplatte angrenzend



Die wirksame Erdschichtdicke d_E ermittelt sich zu:

$$d_E = 3 \cdot \delta_E - z \quad (5)$$

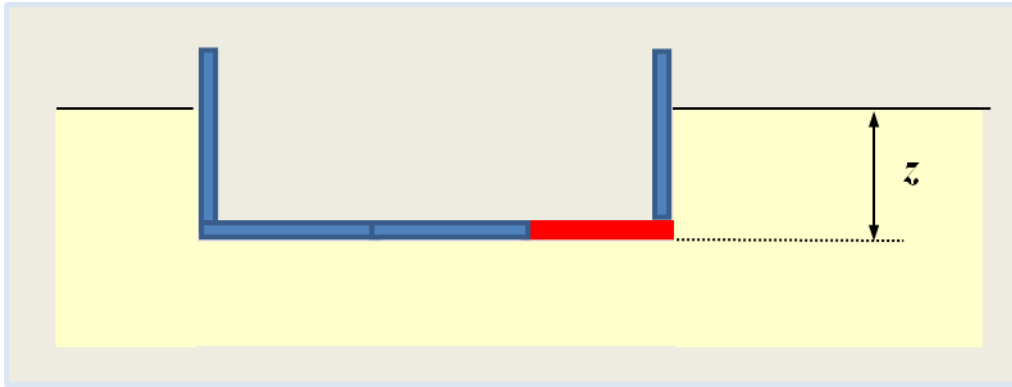
$$\text{wenn } d_E < 0 \text{ gilt: } d_E = 0 \quad (5a)$$

Zusätzlich gilt, wenn Grundwassertiefe z_{GW} kleiner als $3 \cdot \delta_E$:

$$d_E = z_{GW} - z \quad (5b)$$

$$\text{wenn } d_E < 0 \text{ gilt ebenfalls: } d_E = 0 \quad (5c)$$

Fall B: Bodenfläche an den Rand der Bodenplatte angrenzend



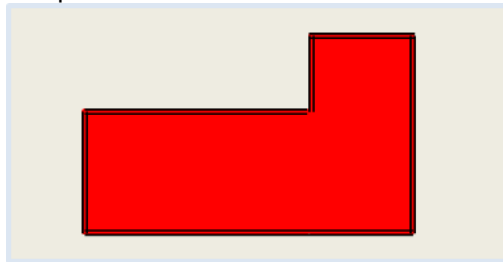
Für die Betrachtung der Bodenplatte sind hinsichtlich der Ermittlung der wirksamen Erdschichtdicke d_E 3 Fälle zu unterscheiden:

- Fall B1:** Betrachtung der gesamten Bodenplatte
- Fall B2:** Betrachtung einer Teilfläche der Bodenplatte, wenn die Teilfläche mindestens mit einer Seite an den Rand der Bodenplatte angrenzt
- Fall B3 (Sonderfall):** Bewertung der Bodenplatte, wenn nur eine „Teilunterkellerung“ bzw. unterschiedliche Tiefen der Bodenplatte vorhanden sind

Fall B1: Betrachtung der gesamten Bodenplatte

Schritt 1: Ermittlung des charakteristischen Bodenplattenmaßes B_{ch} in Anlehnung an DIN EN 13370

Beispiel:

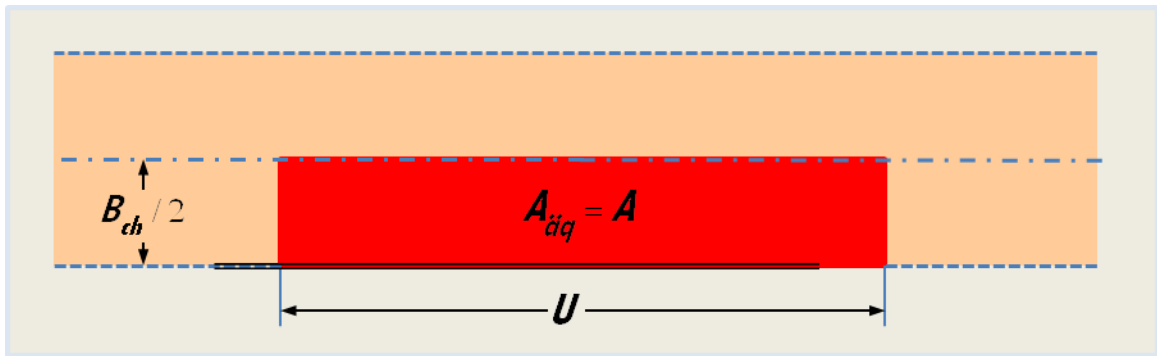


Fläche: A
Umfang: U mit: $U = \sum L_i$

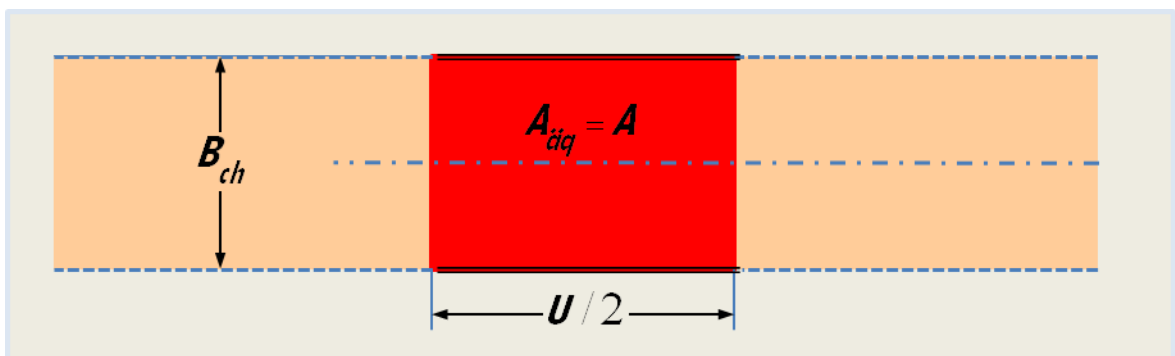
Die Fläche A kann in eine äquivalente Fläche $A_{\text{äq}}$ umgeformt werden, die keinen 3D-Wärmefluss aufweist

– mit dem Kennwert „charakteristische Breite B_{ch} “ nach DIN EN 13370:

$$\frac{B_{ch}}{2} = \frac{A}{U} \tag{6}$$



Gleichbedeutend ist die Darstellung:



mit:

$$B_{ch} = \frac{A}{U/2} \quad (6a)$$

Schritt 2: Ermittlung der wirksamen Erdschichtdicke d_E

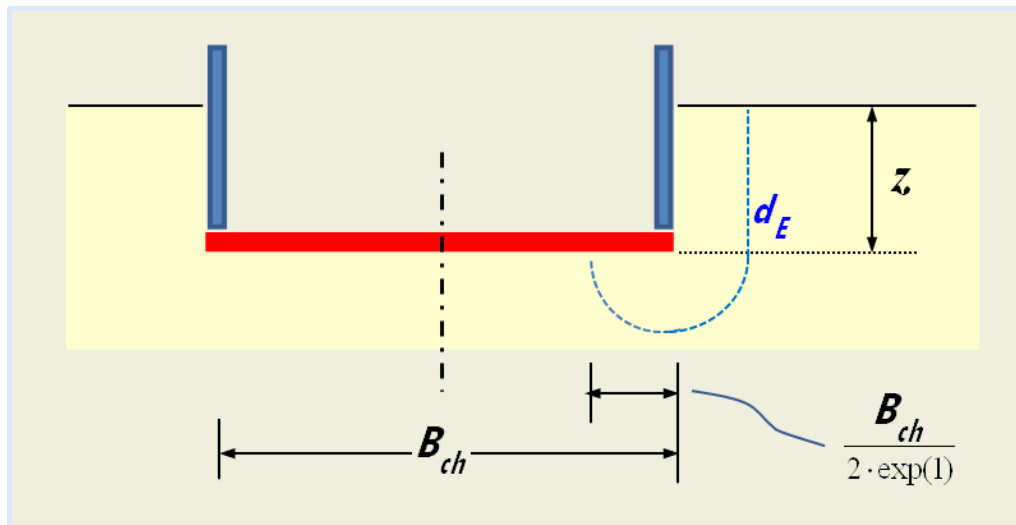
$$d_E = z + B_{ch} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot \exp(1)} \quad (7)$$

$$\text{wenn } d_E > 3 \cdot \delta_E \text{ gilt: } d_E = 3 \cdot \delta_E \quad (7a)$$

$$\text{Zusätzlich gilt, wenn Grundwassertiefe } z_{GW} \text{ kleiner als } 3 \cdot \delta_E : \\ d_E = z_{GW} - z \quad (7b)$$

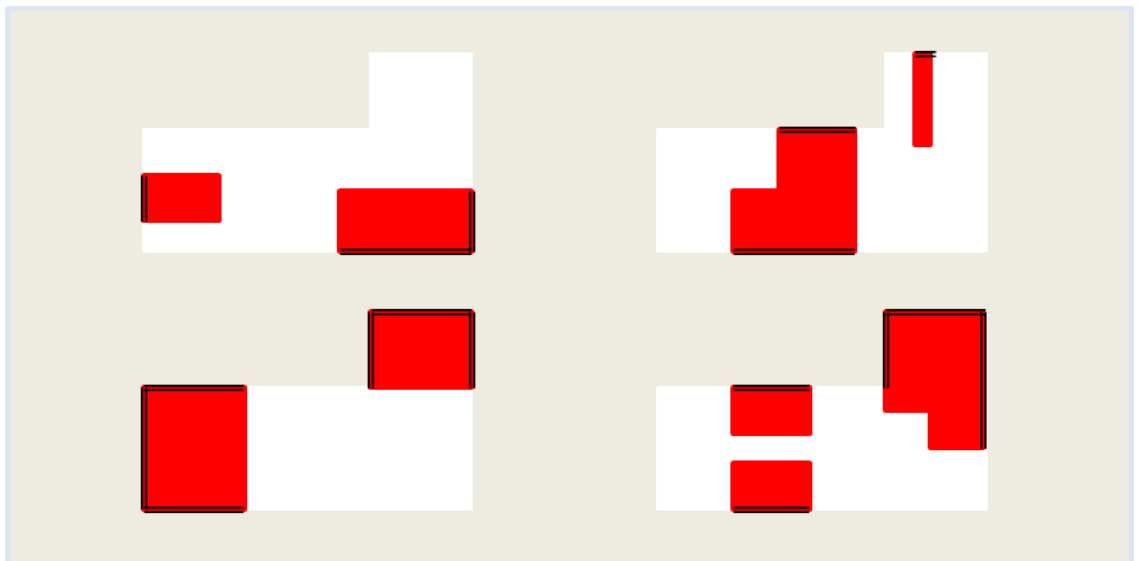
$$\text{wenn } d_E < 0 \text{ gilt ebenfalls: } d_E = 0 \quad (7c)$$

Bei diesen Näherungsformeln steht die gedankliche Vorstellung zur Ermittlung der wirksamen Erdschichtdicke d_E folgende Skizze als „Pate“:



Fall B2: Betrachtung einer Teilfläche der Bodenplatte, wenn die Teilfläche mindestens mit einer Seite an den Rand der Bodenplatte angrenzt

Beispiele:

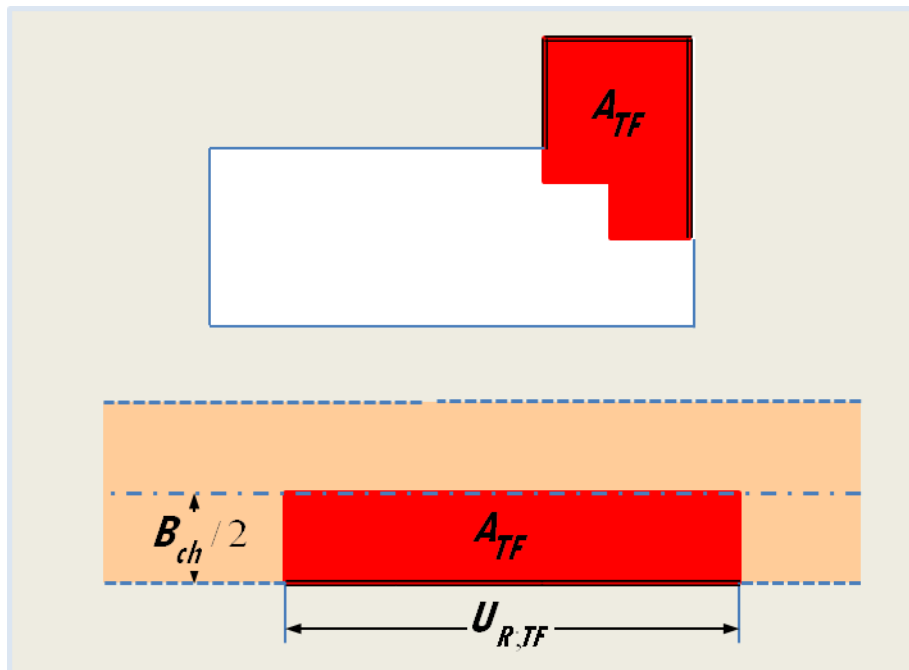


Jede Teilfläche A_{TF} wird umgeformt entsprechend GL. (6) in:

$$\frac{B_{ch,TF}}{2} = \frac{A_{TF}}{U_{R,TF}} \quad (8)$$

mit: $U_{R,TF}$ Länge des Randes der Bodenplatte, der von der Teilfläche A_{TF} berührt wird.

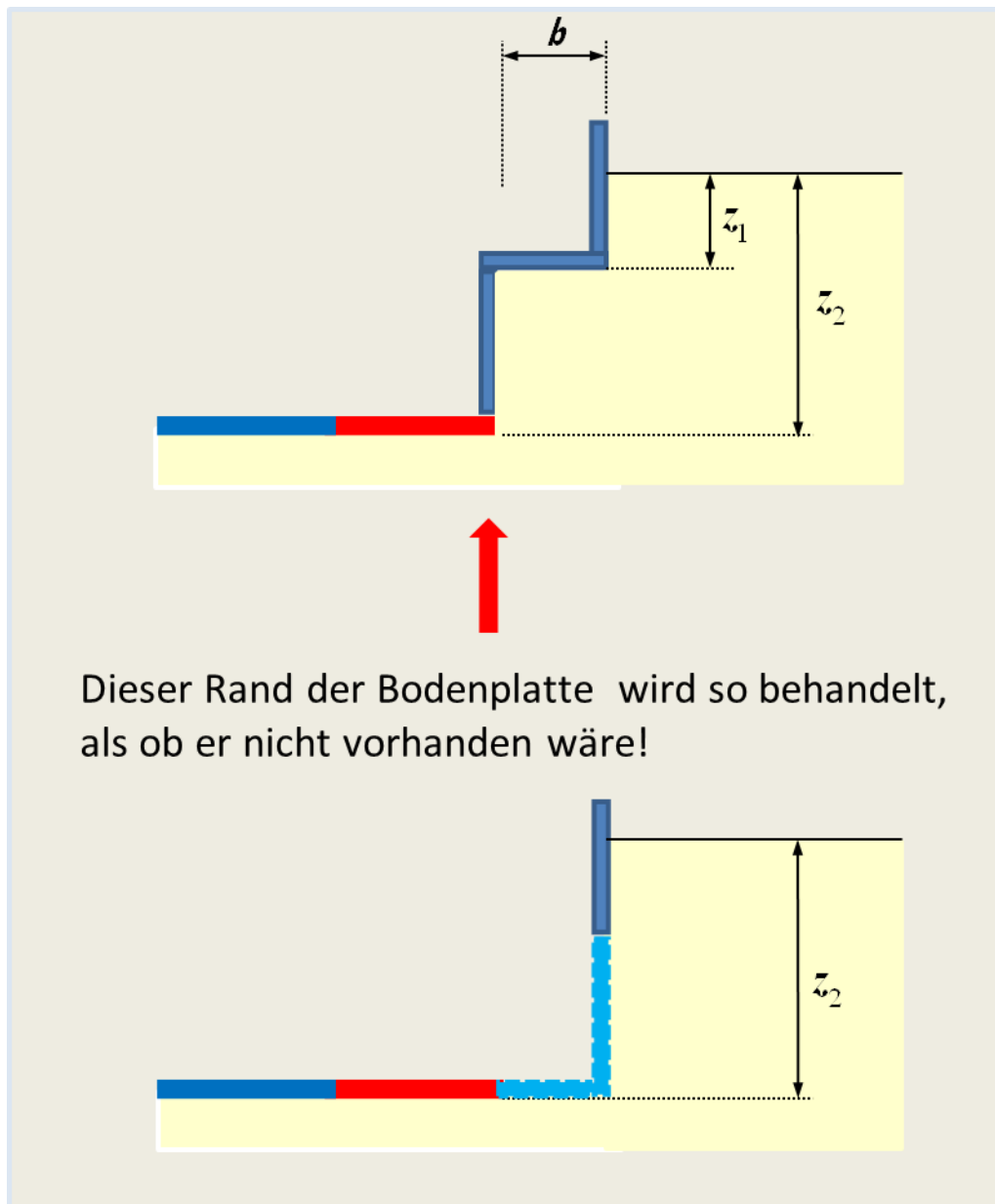
Beispiel:



Die Näherungsformeln zur Bestimmung der wirksamen Erdreichdicke d_E entsprechen dem **Fall B1** [siehe GL. (7) bis (7c)].

Fall B3 (Sonderfall):

Bewertung der der Bodenplatte,
wenn nur eine „Teilunterkellerung“ bzw.
unterschiedliche Tiefen der Bodenplatte vorhanden sind



Dieser Rand der Bodenplatte wird so behandelt,
als ob er nicht vorhanden wäre!

Der untere Rand der Bodenplatte, der von einer darüber liegenden Bodenplatte überlappt wird, wird so behandelt, als wenn er nicht vorhanden wäre.

Es gelten daher die Näherungsformeln für die wirksame Erdschichtdicke nach **Fall A** [siehe GL. (5) bis (5c)].

Zweckmäßige Default-Belegung für instationäre thermische Gebäudesimulation für die wirksame Erdschichtdicke d_E bei Fußböden, die an Erdreich angrenzen:

$$d_E = 3 \cdot \delta_E$$

3. Amplitudendämpfung D_E für die wirksame Erdreichtemperatur

3.1 Amplitudendämpfung D_E für Wände (senkrechte Flächen), die an Erdreich angrenzen

Die wirksame Amplitudendämpfung D_E ermittelt sich zu:

$$D_E = \exp\left(-\frac{d_E}{\delta_E}\right) \quad (9)$$

mit: d_E wirksame Erdschichtdicke nach Gl. (2)
 δ_E Eindringtiefe nach Gl. (4)

3.2 Amplitudendämpfung D_E für Fußböden (waagrechte Flächen), die an Erdreich angrenzen

Fall A: Bodenfläche nicht an den Rand der Bodenplatte angrenzend

Die Amplitudendämpfung D_E ermittelt sich zu:

$$D_E = \exp(-3) \quad (10)$$

Wenn die die wirksame Erdschichtdicke d_E auf Grund der Grundwassertiefe Z_{GW} begrenzt ist, dann gilt:

$$D_E = \exp\left(-\frac{Z_{GW}}{\delta_E}\right) \quad (10.a)$$

mit: d_E wirksame Erdschichtdicke nach Gl. (5) bis (5c)
 δ_E Eindringtiefe nach Gl. (4)

Fall B: Bodenfläche an den Rand der Bodenplatte angrenzend

Die Amplitudendämpfung D_E ermittelt sich zu:

$$D_E = \exp\left(-\frac{d_E}{\delta_E}\right) \quad (11)$$

Wenn die die wirksame Erdschichtdicke d_E auf Grund der Grundwassertiefe Z_{GW} begrenzt ist, dann gilt:

$$D_E = \exp\left(-\frac{Z_{GW}}{\delta_E}\right) \quad (11.a)$$

mit: d_E wirksame Erdschichtdicke nach Gl. (7) bis (7c) für Fall B1 und B2
sowie nach Gl. (5) bis (5c) für Sonderfall B3
 δ_E Eindringtiefe nach Gl. (4)

4. Wirksame Erdreichtemperatur ϑ_E

Die wirksame Erdreichtemperatur ϑ_E ermittelt sich aus der Außentemperatur ϑ_a als Stundenwert in Anlehnung an DI EN 13370 wie folgt:

$$\vartheta_E = \bar{\vartheta}_a + (\vartheta_a - \bar{\vartheta}_a) \cdot D_{mon} \cdot D_E \quad (12)$$

mit: $\bar{\vartheta}_a$ Jahresmittel der Außentemperatur in °C

$$\bar{\vartheta}_a \approx \frac{\vartheta_{a,max;So} + \vartheta_{a,min;Wi}}{2} \quad (13)$$

D_{mon} Dämpfung der Amplitude der max. Monatsmitteltemperaturen gegenüber der Amplitude der max. Stundentemperaturen

$$D_{mon} \approx 0,4 \quad (14)$$

ermittelt aus:

$$D_{mon} = \frac{\Delta \vartheta_{a,mon}}{\Delta \vartheta_{a,max}} \approx \frac{10 \text{ K}}{25 \text{ K}} \approx 0,4$$

D_E Amplitudendämpfung durch die wirksame Erdschichtdicke nach Kap.3

Gl. (12) und Gl. (1) geben denselben Sachverhalt wieder. Daraus lassen sich die Näherungsformeln für die beiden Eckwerte der wirksamen Erdreichtemperatur $\vartheta_{E,max;So}$ und $\vartheta_{E,min;Wi}$ ableiten:

$$\vartheta_{E,max;So} = \frac{\vartheta_{a,max;So} + \vartheta_{a,min;Wi}}{2} + \frac{\vartheta_{a,max;So} - \vartheta_{a,min;Wi}}{2} \cdot D_{mon} \cdot D_E \quad (15)$$

$$\vartheta_{E,min;Wi} = \frac{\vartheta_{a,max;So} + \vartheta_{a,min;Wi}}{2} - \frac{\vartheta_{a,max;So} - \vartheta_{a,min;Wi}}{2} \cdot D_{mon} \cdot D_E \quad (16)$$

mit: $\vartheta_{a,max;So}$ Auslegungs-Außentemperatur für SOMMER – Maximalwert nach VDI 2078

$\vartheta_{a,min;Wi}$ Auslegungs-Außentemperatur für WINTER - Norm-Wert nach DIN EN 12831

Zweckmäßige Default-Belegung für instationäre thermische Gebäudesimulation für die Eckwerte der wirksamen Erdreichtemperatur

$\vartheta_{E,max;So}$ und $\vartheta_{E,min;Wi}$

- **bei Wänden (senkrechte Flächen), die an Erdreich angrenzen:**
Erdreichtemperaturen für $D_E = \exp(-0,5) \approx 0,6$
- **bei Fußböden (waagrechte Flächen), die an Erdreich angrenzen:**
Erdreichtemperaturen für $D_E = \exp(-3) \approx 0,05$