Berechnung des instationären thermischen Gebäudeverhaltens (mittels des "2-Kapazitäten-Modells")

L. Rouvel, F. Zimmermann

Stand: Juli 2014

Allgemeines

Für die Berechnung des instationären thermischen Gebäudeverhaltens sind seit Ende der 60er Jahre die unterschiedlichsten Verfahren entwickelt worden. Diese hatten alle einen hohen mathematischen bzw. programmiertechnischen Aufwand zur Folge, was in der Vergangenheit ihren Einsatz auf Simulationen beschränkte. Der Wärmebedarf wird noch heute quasistationär berechnet, obwohl jeder weiß, dass dies nur eine sehr unzureichende Beschreibung der Vorgänge ist. Bei den Kühllastregeln VDI 2078 hielt man ebenfalls bis zum Anfang der 90er Jahre an einer Berechnung mittels Typräumen und Speicherfaktoren fest. Aufgrund der Komplexität der physikalischen Vorgänge versuchte man für Richtlinien und Normen den Aufwand mittels Vereinfachung der Rechenverfahren zu minimieren.

Das bisher in den Kühllastregeln VDI 2078:1996 gültige Verfahren mit den Gewichtsfunktionen setzt bereits Computereinsatz voraus. Es ist allerdings unter der Prämisse kurzer Rechenzeiten entwickelt worden, was zum Einsatz von vorausberechneten Gewichtsfunktionen für vorgegebene Wandaufbauten, Typräumen und der Einschränkung der Innenwände auf symmetrische Belastung, also adiabates Wandverhalten, führte.
Dieses Verfahren erlaubte keine ausreichend genaue Berechnung bzw. Bewertung unterschiedlicher Wandaufbauten, da die Denormierung der Gewichtsfaktoren der Typräume nur über die Flächen und die U-Werte erfolgt und eine Berechnung neuer Gewichtsfaktoren sehr aufwändig ist. Anders temperierte Nachbarräume werden nur stationär berücksichtigt. Der Richtlinienausschuss VDI 2078 hat deshalb eine Überarbeitung der Richtlinie durchgeführt. Das nachstehend beschriebene 2-Kapazitäten-Modell vermeidet diese Nachteile und mit dem vorgestellten Lösungsweg bietet es ohne signifikanten Genauigkeitsverlust auch den Vorteil des geringen mathematischen Aufwandes sowie kurzer Rechenzeiten.

Anforderungen an das Rechenverfahren

Die Anforderungen an das Rechenverfahren ergeben sich aus der Aufgabe, folgende Größen für den Raum zu berechnen:

1. Berechnung der Heiz- bzw. Kühllast, aufgeteilt in:
   - 1.1 konvektiven Anteil
   - 1.2 strahlenden Anteil
   - 1.3 Flächenheizung bzw. –kühlung
2. Berechnung der Temperaturen
   - 2.1 Raumlufttemperatur
   - 2.2 mittlere Wandoberflächentemperatur

Die Berechnungen der vorstehend genannten Größen erfolgt unter Berücksichtigung der äußeren und inneren Lasten des Raumes. Dabei sind die inneren Lasten ebenfalls in konvektive und strahlende Lasten aufzuteilen. Die äußeren Lasten bestehen aus dem Wärmeaustausch an den opaken Bauteilen infolge Außenlufttemperatur sowie lang- und kurzwelligem Strahlungsaustauschs mit der Umgebung, dem Wärmeaustausch an den transparenten Bauteilen infolge Außenlufttemperatur und langwelligem Strahlungsaustauschs mit der Umgebung sowie den über transparente Bauteile in den Raum gelangenden kurzwelligen solaren Lasten. Die über die transparenten Bauteile in den Raum gelangenden solaren Lasten sind dabei ebenfalls in konvektive und strahlende Lasten zu unterteilen (Berechnung mit einem Fenstermodell). Für Bauteile zu anders temperierten Nachbarräumen gelten die gleichen Bedingungen wie bei Außenbauteilen.

Damit ergeben sich die folgenden an das Rechenverfahren zu stellenden Anforderungen:

Berechnung der vorstehend unter 1. und 2. Genannten Aufgaben bei:

1. hinreichend genaue Abbildung des thermischen Verhaltens der Bauteile unter Berücksichtigung des konkreten Wandaufbaus,
2. hinreichend genaue Abbildung des Wärmeaustauschs zwischen den Bauteilen des Raumes über Strahlung und Konvektion,
3. hinreichend genaue Abbildung des Wärmeaus-tauschs der Außenbauteile mit der Umgebung,
4. korrekte Wärmebilanz des Raumes unter Berück- sichtigung aller strahlenden und konvektiven Last

Thermisches Verhalten der Bauteile

Wie in VDI 6020 Abschnitt 5.2.3 unter „Thermisch-dynamisches Modell“ beschrieben (s. a. [1] und [2]), ist es möglich, für jedes Bauteil ein Ersatzmodell mit Hilfe der Matrizenrechnung - ohne die sonst üblichen Lösungsmethoden (Fourier- oder Laplacetransformation) - zu berechnen. Da die Gleichungen in VDI 6020 leider Druckfehler enthalten, sollen sie an dieser Stelle nochmals wieder gegeben werden. Dieses Ersatzmodell nach **Bild 1** wird für eine mehrschichtige Wand wie folgt berechnet:

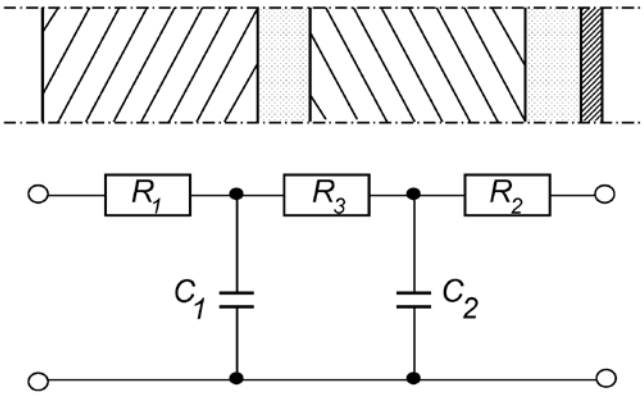


Bild 1: Thermisch-dynamisches Modell für eine Wand

Für eine homogene Wandschicht ν beliebiger Dicke s ergibt sich bei eindimensionalem Wärmefluss im periodischen Fall das Verhalten der Wandschicht in Matrizenschreibweise zu:

$$\begin{pmatrix} \underline{\vartheta}\,(x=0) \\ \underline{q}\,(x=0) \end{pmatrix}_\nu = \mathbf{A}_\nu \bullet \begin{pmatrix} \underline{\vartheta}\,(x) \\ \underline{q}\,(x) \end{pmatrix}_\nu \tag{1}$$

wobei x die Koordinate in Richtung Wandnormalen ist.

Die Kettenmatrix $\mathbf{A}_\nu$ für **eine** Wandschicht lässt sich schreiben zu:

$$\mathbf{A}_\nu = \begin{Vmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \end{Vmatrix}_\nu = \begin{Vmatrix} \mathrm{Re}\,\underline{a}_{11} & \mathrm{Im}\,\underline{a}_{11} & \mathrm{Re}\,\underline{a}_{12} & \mathrm{Im}\,\underline{a}_{12} \\ -\mathrm{Im}\,\underline{a}_{11} & \mathrm{Re}\,\underline{a}_{11} & -\mathrm{Im}\,\underline{a}_{12} & \mathrm{Re}\,\underline{a}_{12} \\ \mathrm{Re}\,\underline{a}_{21} & \mathrm{Im}\,\underline{a}_{21} & \mathrm{Re}\,\underline{a}_{22} & \mathrm{Im}\,\underline{a}_{22} \\ -\mathrm{Im}\,\underline{a}_{21} & \mathrm{Re}\,\underline{a}_{21} & -\mathrm{Im}\,\underline{a}_{22} & \mathrm{Re}\,\underline{a}_{22} \end{Vmatrix}_\nu \tag{2}$$

Die Elemente der Kettenmatrix für eine Wandschicht ν erhält man wie folgt:

$$\mathrm{Re}\,\underline{a}_{11} = \mathrm{Re}\,\underline{a}_{22} = \cosh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC} \tag{3}$$

$$\mathrm{Im}\,\underline{a}_{11} = \mathrm{Im}\,\underline{a}_{22} = \sinh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}\,\underline{a}_{12} = R\cdot\sqrt{\frac{1}{2\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}}\cdot\Bigg(&\cosh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\,+\\ &+\sinh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\Bigg)\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\underline{a}_{12} = R\cdot\sqrt{\frac{1}{2\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}}\cdot\Bigg(&\cosh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\,-\\ &-\sinh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\Bigg)\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}\,\underline{a}_{21} = \frac{-1}{R}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\Bigg(&\cosh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\,-\\ &-\sinh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\Bigg)\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\underline{a}_{21} = \frac{1}{R}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\Bigg(&\cosh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\,+\\ &+\sinh\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{BT}}\,RC}\Bigg)\end{aligned} \tag{8}$$

mit:

R Wärmewiderstand der Wandschicht je Flächeneinheit in $\frac{m^2 \cdot K}{W}$ $\quad R = \frac{s}{\lambda}$

C Wärmekapazität der Wandschicht je Flächeneinheit in in $\frac{J}{m^2\ K}$ $\quad C = c \cdot \rho \cdot s$

ω Kreisfrequenz in $\frac{1}{s}$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{86400 \bullet T}$

T Periodendauer der Grundschwingung in Tagen

s Dicke der Wandschicht in m

λ Wärmeleitfähigkeit der Wandschicht in $\frac{W \cdot m}{K}$

$c \cdot \rho$ Wärmespeicherfähigkeit der Wandschicht in $\frac{J}{m^3 \cdot K}$

Für die Herleitung des Ersatzmodells für ein Bauteil BT ach Bild 1 hat sich die Verwendung von ω_{BT} mit einer **Periodendauer T_{BT}** der Grundschwingung von **7 Tagen (T_{TB} = 7)** als vorteilhaft herausgestellt (siehe auch ISO 13786 - Thermal performance of building components - Dynamic thermal characteristics – Calculation methods).

Ausnahme davon bilden Bauteile mit auf der Raumseite wärmetechnisch abgedeckten Wärmespeichermassen (z.B. abgehängte Decken). Für solche Bauteile hat sich eine **Periodendauer T_{BT} von zwei Tagen (T_{BT} = 2)** als optimal erwiesen.
Als Kriterium gilt für die Kennwerte R_1, R_2, sowie C_1 und C_2 nach Gl. (10) bis Gl. (13) für ein Bauteil BT:

Wenn $R_{1;rel} > 0{,}99$ und $C_{1;rel} < 0{,}95$

oder wenn $R_{1;rel} < 0{,}95$ und $C_{1;rel} < 0{,}95$ und $abs\left(R_{1;rel} - C_{1;rel}\right) > 0{,}30$

dann gilt für dieses Bauteil:

$T_{BT} = 2$

sonst gilt für dieses Bauteil:

$T_{BT} = 7$

mit:

$$R_{1;rel} = \frac{R_1\left(T_{BT} = 2\right)}{R_1\left(T_{BT} = 7\right)}$$

$$C_{1;rel} = \frac{C_1\left(T_{BT} = 2\right)}{C_1\left(T_{BT} = 7\right)}$$

Die Entscheidung für ω_{BT} ist für jedes Bauteil getrennt durchzuführen.

Die Kettenmatrix $\mathbf{A}_{1,n}$ der Gesamtwand errechnet sich durch Matrizenmultiplikation der Matrizen $\mathbf{A}_{\nu}$ der einzelnen Wandschichten ($\nu = 1,n$) zu:

$$\mathbf{A}_{1,n} = \mathbf{A}_1 \bullet \mathbf{A}_2 \bullet \mathbf{A}_3 \bullet \cdots \bullet \mathbf{A}_{n-1} \bullet \mathbf{A}_n \tag{9}$$

Die Reihenfolge der einzelnen Wandschichten darf nicht vertauscht werden, da die Matrix $\mathbf{A}_{1,n}$ i.a. nicht richtungssymmetrisch ist.
Mit Hilfe der Elemente der Kettenmatrix $\mathbf{A}_{1,n}$ für die Gesamtwand nach Gl. (9) lassen sich die Widerstände und Kapazitäten des Ersatzmodells bestimmen zu:

$$R_1 = \frac{1}{A} \cdot \frac{(\mathrm{Re}\,\underline{a}_{22} - 1) \cdot \mathrm{Re}\,\underline{a}_{12} + \mathrm{Im}\,\underline{a}_{22} \cdot \mathrm{Im}\,\underline{a}_{12}}{(\mathrm{Re}\,\underline{a}_{22} - 1)^2 + \mathrm{Im}\,\underline{a}_{22}{}^2} \tag{10}$$

$$R_2 = \frac{1}{A} \cdot \frac{(\mathrm{Re}\,\underline{a}_{11} - 1) \cdot \mathrm{Re}\,\underline{a}_{12} + \mathrm{Im}\,\underline{a}_{11} \cdot \mathrm{Im}\,\underline{a}_{12}}{(\mathrm{Re}\,\underline{a}_{11} - 1)^2 + \mathrm{Im}\,\underline{a}_{11}{}^2} \tag{11}$$

$$C_1 = A \cdot \frac{(\mathrm{Re}\,\underline{a}_{22} - 1)^2 + \mathrm{Im}\,\underline{a}_{22}{}^2}{\omega_{\mathrm{BT}} \cdot [\mathrm{Re}\,\underline{a}_{12} \cdot \mathrm{Im}\,\underline{a}_{22} - (\mathrm{Re}\,\underline{a}_{22} - 1) \cdot \mathrm{Im}\,\underline{a}_{12}]} \tag{12}$$

$$C_2 = A \cdot \frac{(\mathrm{Re}\,\underline{a}_{11} - 1)^2 + \mathrm{Im}\,\underline{a}_{11}{}^2}{\omega_{\mathrm{BT}} \cdot [\mathrm{Re}\,\underline{a}_{12} \cdot \mathrm{Im}\,\underline{a}_{11} - (\mathrm{Re}\,\underline{a}_{11} - 1) \cdot \mathrm{Im}\,\underline{a}_{12}]} \tag{13}$$

mit::

A Fläche der Wand in m^2

Der Widerstand R_3 errechnet sich als Differenz zwischen dem Gesamtwärmedurchgangswiderstand einer Wand und der Summe der Ersatzmodellwiderstände R_1 und R_2

$$R_3 = \left(\frac{1}{A} \cdot \sum_{\nu=1}^{n} \frac{s_\nu}{\lambda_\nu} \right) - R_1 - R_2 \tag{14}$$

Wenn in angrenzenden Räumen die gleichen Temperaturverhältnisse herrschen, kann man von einer symmetrischen Wärmebelastung der Bauteile ausgehen. Das Ersatzmodell nach Bild 1 kann dann auf ein Modell aus den Gliedern R_1 und C_1 reduziert werden.

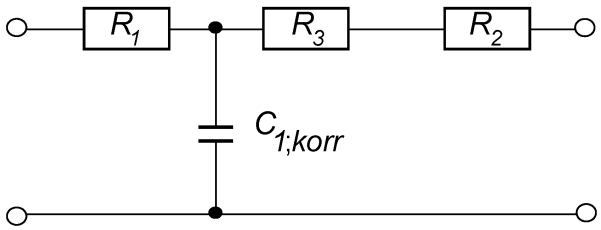


Bild 2: Vereinfachtes Modell für das wärmetechnische Verhalten von Bauteilen bei asymmetrischer Belastung

Bei einseitiger thermischer Belastung lässt sich das Ersatzmodell für den allgemeinen Fall der thermischen Belastung nach **Bild 2** vereinfachen. Die korrigierte Wärmespeicherkapazität $C_{1;korr}$ ermittelt sich dabei zu:

$$C_{1;korr} = A \cdot \frac{1}{\omega_{BT} \cdot R_1} \cdot \frac{R_w - \mathrm{Re}\,a_{12} \cdot \mathrm{Re}\,a_{22} - \mathrm{Im}\,a_{12} \cdot \mathrm{Im}\,a_{22}}{\mathrm{Re}\,a_{22} \cdot \mathrm{Im}\,a_{12} - \mathrm{Re}\,a_{12} \cdot \mathrm{Im}\,a_{22}} \tag{15}$$

mit

$$R_w = R_1 + R_2 + R_3 \qquad \text{(siehe Gl. (14)).}$$

Bei Außenbauteilen und Innenwänden bei asymmetrischer Belastung muss außer der Wärmespeicherfunktion des Bauteils auch der Wärmefluss **durch** das Bauteil berücksichtigt werden.
Ein Außenfenster ist ein Sonderfall des Ersatzmodells nach Bild 2. Hierbei ist die Wärmespeicherkapazität $C_{1;korr}$ praktisch zu Null zu setzen. Der Widerstand R_1 ist nach Gl. (23) zu ermitteln. Zur Parallelschaltung von Fenster und Außenwand siehe Gl. (21) und (22).
Die Wärmeübergangswiderstände $R_{\alpha;kon}$ für Konvektion zwischen der Wandoberfläche und der Raumluft sowie $R_{\alpha;str}$ für Strahlung zwischen den Wandoberflächen ermitteln sich zu:

$$R_\alpha = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{A} \tag{16}$$

Die Zulässigkeit eines linearen Ansatzes für den Strahlungsaustausch im Raum hat *Boeke* [8] bereits 1976 nachgewiesen.

Modellbildung für den Raum

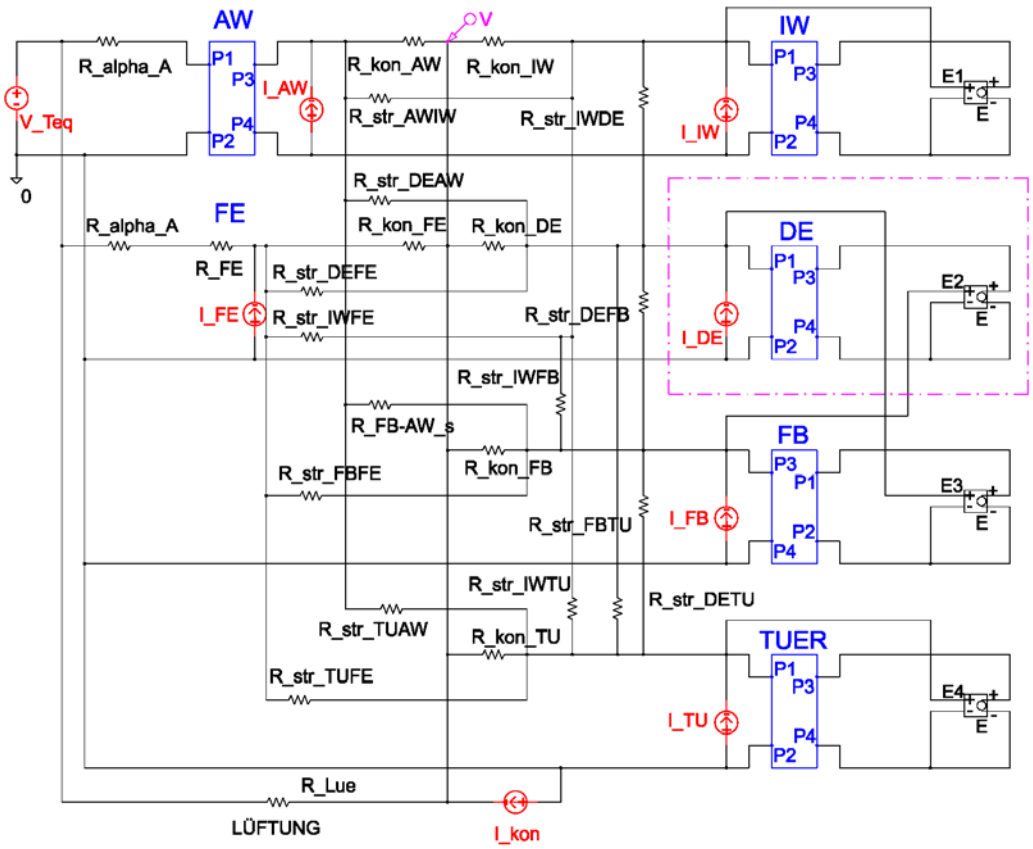


Bild 3: Detailliertes Beuken-Modell für einen Raum mit konvektiven und strahlenden Lasten

Detailliertes Beuken-Modell

Bild 3 zeigt das detaillierte Beuken-Modell für einen Raum mit allen Wärmeströmen infolge Strahlungsaustausch, Konvektion und Lüftung des Raumes. Dabei ist der Fall der symmetrischen Belastung der Innenwände dargestellt. (Auf den Fall der asymmetrischen Belastung von Innenwänden wird noch eingegangen.) Die symmetrische Belastung wird durch eine geregelte Spannungsquelle gewährleistet, die die Temperatur der Wandoberfläche auf der Außenseite dem Wert auf der Innenseite angleicht. Im detaillierten Beuken-Modell wird jede Wandschicht durch eine RC - Kette abgebildet (**Bild 4**), dabei werden dickere Schichten, wie beim Differenzenverfahren, in dünnere Schichten unterteilt (**Bild 5**).

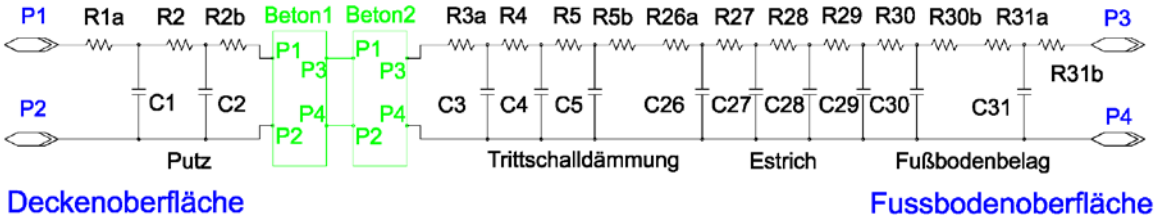


Bild 4: Beuken-Modell für ein Bauteil (Decke)

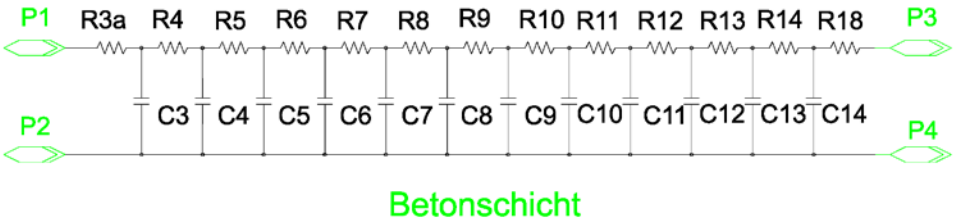


Bild 5: Beuken-Modell für die Betonschicht der Decke

Der Grad der Unterteilung der Wandschichten wird dabei so gewählt, dass eine weitere Unterteilung keine messbare Genauigkeitssteigerung zur Folge hat. Die strahlenden Innenlasten werden mittels Stromquellen auf die einzelnen Bauteiloberflächen verteilt, die konvektive Innenlast greift ebenso wie die Lüftung am Raumluftknoten an. Die äquivalente Außentemperatur (siehe Abschnitt „2-Kapazitäten-Modell“) wird durch eine Spannungsquelle abgebildet.

n-Kapazitäten-Modell (n-K-Modell)

Das n-K-Modell unterscheidet sich vom detaillierten Beuken-Modell nur durch die Anwendung der Matrizenrechnung zur Bestimmung der Widerstände und Kapazitäten des Ersatzmodells für das jeweilige Bauteil. Für das n-K-Modell wird aus Platzgründen auf die ausführliche Abbildung verzichtet.

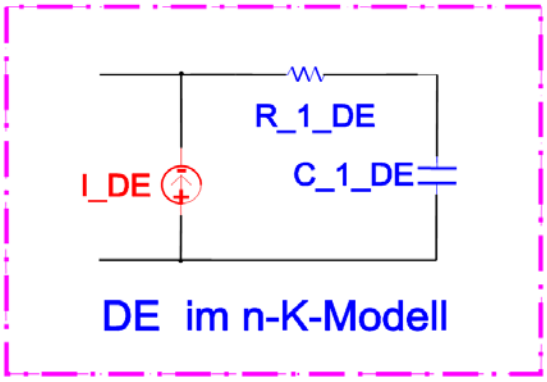


Bild 6: Ersatzschaltung für die Decke des n-K-Modells

Bild 6 zeigt am Beispiel der Decke (DE), wie ein Bauteil des n-K-Modells durch die nach Gl. (9) bis (14) berechneten Kenngrößen dargestellt wird.

2-Kapazitäten-Modell (2-K-Modell)

Beim 2-K-Modell werden alle Außenbauteile, wie Außenfenster, Außenwände und Dächer, sowie alle Innenbauteile zu anders temperierten Nachbarräumen (wie Keller, Dachräume etc.) zu einem asymmetrisch belasteten Bauteile zusammengefasst. Entsprechend werden alle symmetrisch belasteten Innenbauteile mit symmetrischer Belastung auf den beiden Oberflächen zu einem symmetrisch belasteten Bauteil mit adiabatem Wandverhalten zusammengefasst.
Der Einfachheit halber werden in den Gleichungen die Indices
AW für das zusammengefasste asymmetrisch belastete Bauteil und *IW* für das zusammengefasste symmetrisch belastete Bauteil verwendet.

Die unterschiedlichen Außenlasten wie Außenlufttemperatur, kurz- und langwelliger Strahlungsaustausch lassen sich mit der äquivalenten Außentemperatur nach dem in Gl. (29) gemachten Ansatz zusammenfassen. Die äquivalente Außentemperatur ist nicht zu verwechseln mit der äquivalenten Temperaturdifferenz zur Berücksichtigung der Sonneneinstrahlung. Nach dem gleichen Prinzip lässt sich auch eine äquivalente Außentemperatur für Nachbarräume berechnen.

Durch die Beschränkung auf 2 Bauteilarten wird es möglich, mit 2 Kapazitäten und den entsprechenden Widerständen einen Raum mit einem 2-K-Modell **(Bild 7**) zu beschreiben. Eine wichtige Voraussetzung dabei ist der Ansatz, dass alle Flächen des Raumes entsprechend ihrer Größe am Strahlungsaustausch beteiligt sind (s. VDI 6020, Abschnitt 5.1.3). Von den Verfassern ist im Zuge der Neubearbeitung der VDI 2078 der Nachweis für die Zulässigkeit dieses Ansatzes erbracht worden. Die Zulässigkeit des Verzichts auf die Berechnung von Raumwinkeln für den Strahlungsaustausch der Flächen ist auch von *Seem* [9] nachgewiesen worden. Ferner ist von Bedeutung, dass die Strahlungsübergangskoeffizienten von Außen- und Innenbauteilen beim 2-K-Modell getrennt behandelt werden. Die Berechnung der mittleren Temperatur der den Raum umschließenden Wandoberflächen, die der Bestimmung der operativen Temperatur dient, wird hierdurch nicht beeinträchtigt. Wichtig ist dabei, dass alle Parameter, die eine Veränderung der Oberflächentemperaturen zur Folge haben, einbezogen werden. Die Berechnung einer Temperaturverteilung im Raum kann bei einem Verfahren mit eindimensionaler Wärmeleitung nicht zum Er-

folg führen, abgesehen von vielen nicht genau erfassbaren, z. T. auch zeitlich veränderlichen Parametern, wie z. B. Möblierung etc.

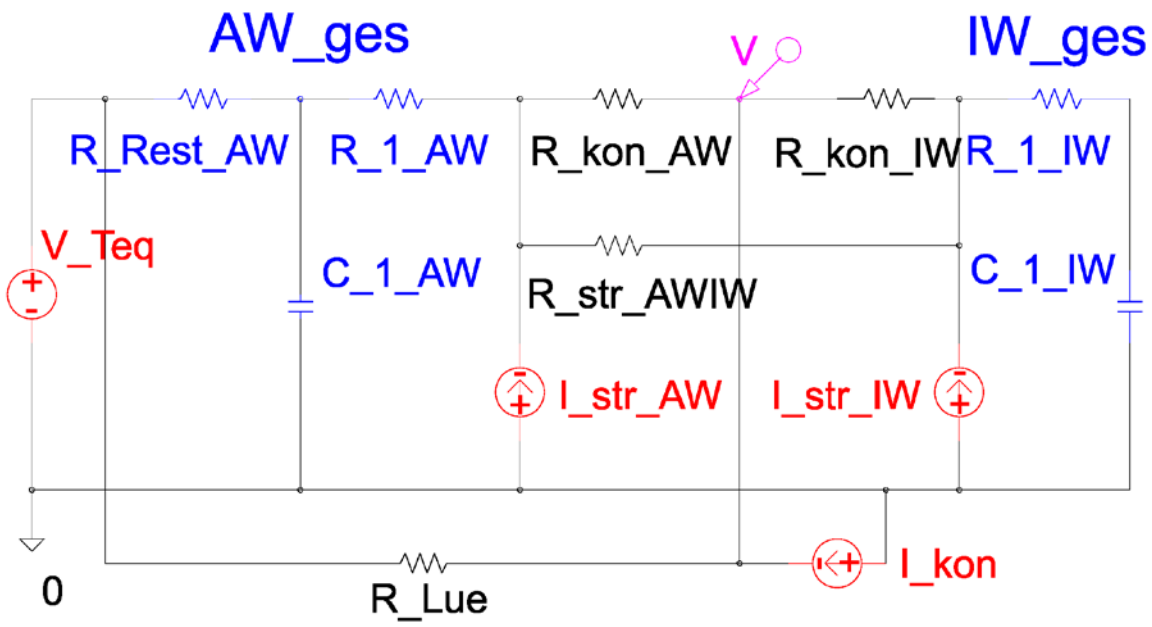


Bild 7: 2-K-Modell für den Raum nach Bild 3

Die Zusammenfassung der gleichartig belasteten Bauteile kann sowohl mittels getrennter Parallelschaltung [2] der Kapazitäten und Widerstände, als auch durch die Parallelschaltung der komplexen Widerstände [3] erfolgen. Bei der getrennten Parallelschaltung der Kapazitäten und Widerstände werden Räume mit stark unterschiedlichen Speichermassen und/oder thermischer Abdeckung der Speichermassen für die einzelnen Bauteile nicht so gut abgebildet wie bei der Parallelschaltung der komplexen Widerstände. Aufgrund von einer großen Zahl von Vergleichsrechnungen mit dem detaillierten Beuken-Modell, wird die Parallelschaltung über die komplexen Widerstände $\underline{Z}_{1;IW_\mu}$ empfohlen. Für die Zusammenfassung der einzelnen Innenwände gilt:

$$\underline{Z}_{1;IW_\mu} = R_{1;IW_\mu} + 1 \Big/ \left(j\omega_{RA}\, C_{1;IW_\mu} \right) \tag{17}$$

Der Wärmedurchgangswiderstand $R_{1;IW_\mu}$ ist somit der Realteil von $\underline{Z}_{1;IW_\mu}$

$$R_{1;IW_\mu} = \mathrm{Re}(\underline{Z}_{1;IW_\mu}) \tag{18}$$

und die Wärmespeicherkapazität $C_{1;IW_\mu}$ ermittelt sich aus dem Imaginärteil von $\underline{Z}_{1;IW_\mu}$

$$C_{1;IW_\mu} = -1 \Big/ \left(\omega_{RA} \cdot \mathrm{Im}(\underline{Z}_{1;IW_\mu}) \right) \tag{19}$$

Die Parallelschaltung der komplexen Wärmedurchgangswiderstände $\underline{Z}_{1;IW_\mu}$ für alle Innenflächen IW_μ erfolgt somit nach:

$$\underline{Z}_{1;IW} = 1 \Bigg/ \left(\sum_{\mu=1}^{m} \frac{1}{\underline{Z}_{1;IW_\mu}} \right) \tag{20}$$

Bei Parallelschaltung der komplexen Wärmedurchgangswiderstände $\underline{Z}_{1;IW_\mu}$ von zwei Innenwänden errechnet sich der gemeinsame Wärmedurchgangswiderstand $R_{1;IW}$ zu:

$$R_{1;IW} = \frac{R_{1;IW_1} \cdot C_{1;IW_1}^2 + R_{1;IW_2} \cdot C_{1;IW_2}^2 + \omega_{RA}{}^2 \cdot R_{1;IW_1} \cdot R_{1;IW_2} \cdot \left(R_{1;IW_1} + R_{1;IW_2}\right) \cdot C_{1;IW_1}^2 \cdot C_{1;IW_2}^2}{\left(C_{1;IW_1} + C_{1;IW_2}\right)^2 + \omega_{RA}{}^2 \cdot \left(R_{1;IW_1} + R_{1;IW_2}\right)^2 \cdot C_{1;IW_1}^2 \cdot C_{1;IW_2}^2} \tag{21}$$

und die gemeinsame Wärmekapazität $C_{1;IW}$ zu:

$$C_{1;IW} = \frac{\left(C_{1;IW_1} + C_{1;IW_2}\right)^2 + \omega_{RA}{}^2 \cdot \left(R_{1;IW_1} + R_{1;IW_2}\right)^2 \cdot C_{1;IW_1}^2 \cdot C_{1;IW_2}^2}{C_{1;IW_1} + C_{1;IW_2} + \omega_{RA}{}^2 \cdot \left(R_{1;IW_1}^2 \cdot C_{1;IW_1} + R_{1;IW_2}^2 \cdot C_{1;IW_2}\right) \cdot C_{1;IW_1} \cdot C_{1;IW_2}} \tag{22}$$

Bei Parallelschaltung von mehr als zwei Innenwänden sind die Gl. (21) und Gl. (22) entsprechend mehrfach auszuführen.
Für die Zusammenfassung der Einzelbauteile zu Kennwerten für den Raum RA hat sich die Verwendung von ω_{RA} **mit einer Periodendauer T_{RA} von fünf Tagen** als zweckmäßig herausgestellt. (T_{RA} = 5).

Für die Parallelschaltung der **Außenflächen** gelten dieselben Erläuterungen wie für die Innenwände. Auch hierfür ist es zweckmäßig, die Parallelschaltung der Außenwände mittels der komplexen Widerstände $\underline{Z}_{1;AW_\nu}$ vorzunehmen.
Die Parallelschaltung mit den Wärmedurchgangswiderständen für die Fenster $R_{1;AF_\nu}$ sollte danach erfolgen, da das Ergebnis von der Reihenfolge der Berechnung beeinflusst wird.

Der Wert $R_{1;AF_\nu}$ für Außenfenster ist nicht direkt bei der Herleitung der Ersatzmodelle für Wände festgelegt. In Analogie zu der Ermittlung von $R_{1;AW}$ [1] ist

$$R_{1;AF_\nu} = R_{AF_\nu} / 6 \tag{23}$$

einzusetzen, wobei der Wärmedurchgangswiderstand des Außenfensters wie folgt zu ermitteln ist:

$$R_{AF_\nu} = \left(\frac{1}{U_{AF_\nu}} - \frac{1}{\alpha_{I_\nu}} - \frac{1}{\alpha_{A_\nu}}\right) \cdot \frac{1}{A_{AF_\nu}} \tag{24}$$

Der Gesamtwärmedurchgangswiderstand $R_{ges;AW}$ für die zusammengefassten Außenbauteil AW (Außenwand, Dach, Fenster usw.) lässt sich vereinfacht errechnen zu:

$$R_{ges;AW} = 1 \Big/ \left(\sum_{\nu=1}^{n} U_{AW_\nu} \cdot A_{AW_\nu} + \sum_{\nu=1}^{n} U_{AF_\nu} \cdot A_{AF_\nu}\right) \tag{25}$$

Somit ergibt sich für $R_{Rest;AW}$ in **Bild 7**:

$$R_{Rest;AW} = R_{ges;AW} - R_{1;AW} - 1 \Big/ \left(\frac{1}{R_{\alpha;kon;AW}} + \frac{1}{R_{\alpha;str;AWIW}} \right) \tag{26}$$

Weiterhin muss der zusammengefasste Wärmeübergangswiderstand für **Strahlung zwischen den Außen- und Innenflächen** $R_{\alpha;stra;AWIW}$ ermittelt werden, wobei vereinfacht gilt:

$$R_{\alpha;str;AWIW} = 1 \Big/ \left(\sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{R_{\alpha;str;AW_\nu}} + \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{R_{\alpha;str;AF_\nu}} \right) \tag{27}$$

mit:

$$\alpha_{str} = 5{,}0 \text{ W/m}^2\text{K} \tag{28}$$

Wenn die Fläche für die zusammengefasste IW kleiner ist als die Fläche für die zusammengefasste AW (incl. Fläche zu Nebenräumen mit anderer Temperatur und/oder anderen Strahlungsverhältnissen) wird Gl. (27) entsprechend angepasst - siehe Gl. (27a):

$$R_{\alpha;str;AWIW} = 1 \Big/ \left(\sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{R_{\alpha;str;IW_\nu}} + \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{R_{\alpha;str;IF_\nu}} \right) \tag{27a}$$

Modellvergleich hinsichtlich des Bauteilverhaltens und des Wärmeaustausch im Raum

Die vorstehend beschriebenen Modelle:

1. detailliertes Beuken-Modell
2. n-Kapazitäten Modell (n-K-Modell)
3. 2-Kapazitäten-Modell (2-K-Modell)

sind in den Schaltungen nach den Bildern 3,4,5 und 6 mittels des Schaltkreisanalyseprogramms *PSpice 7.1* [4] mit den Daten der für VDI 2078 vorgesehenen neuen Typräume [5] berechnet worden. In [5] sind auch für diese Typräume die entsprechenden Kennwerte für das 2-K-Modell enthalten.
Das Programm *PSpice* analysiert sowohl analoge als auch digitale, lineare und nichtlineare Schaltkreise zuverlässig und - falls erforderlich - in Nanosekundenschritten, wodurch ein zuverlässigerer Vergleich als auf einem Analogrechner gegeben ist, da beim Analogrechner technisch und physikalisch bedingte Bauteil- und Messgerätefehler auftreten.

(Anm.: Die neuen Typräume in VDI 2078 dienen dazu, im frühen Planungsstadium, wenn noch keine genaueren Daten der Bauteile vorliegen, die Kenngrößen für typische Räume zu liefern.)

Stellvertretend für die Vielzahl der durchgeführten Berechnungen werden in **Bild 8** die Resultate für die neuen Typräume L und S der VDI 2078 (Richtlinie in Bearbeitung) dargestellt [5]. Dabei ist eine konvektive Innenlast von 250 W und eine strahlende Innenlast von 500 W beispielhaft zugrunde gelegt.

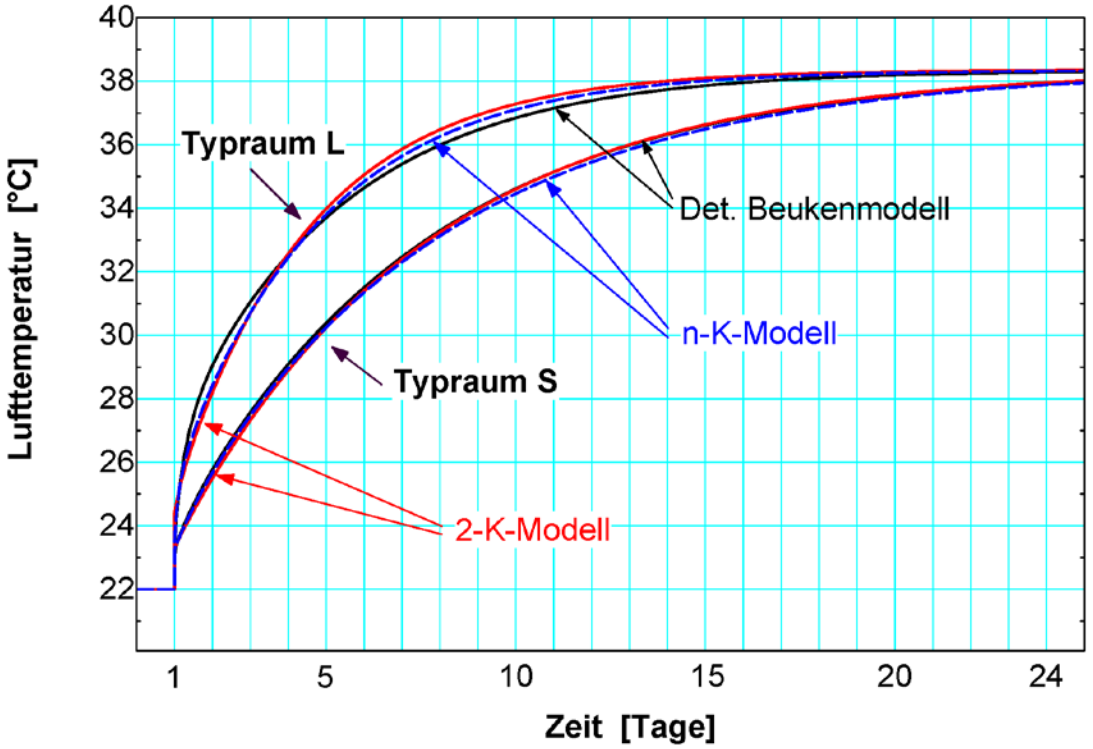


Bild 8: Ergebnisse des Modellvergleichs für die Typräume L und S der neuen VDI 2078 [5] (konvektive Innenlast 250 W und strahlende Innenlast 500 W)

Die in Bild 8 dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die Abweichungen zwischen dem detaillierten Beuken-Modell, dem n-K-Modell und dem 2-K-Modell nur bedeutungslos sind. Die größten Abweichungen treten beim L-Raum aufgrund der wärmetechnisch abgedeckten Speichermassen sowie der stark unterschiedlichen wirksamen Wärmekapazität der Bauteile auf. Trotzdem liefert das 2-K-Modell für den L–Raum eine hinreichend genaue Abbildung des instationären thermischen Raumverhaltens.
Die eingangs genannten Aufgaben:

1. hinreichend genauer Abbildung des thermischen Verhaltens der Bauteile unter Berücksichtigung des konkreten Wandaufbaus,
2. hinreichend genauer Abbildung des Wärmeaustauschs zwischen den Bauteilen des Raumes über Strahlung und Konvektion,

sind damit erfüllt.

Wärmeaustausch der Außenbauteile mit der Umgebung

Die 3. Aufgabe - hinreichend genaue Abbildung des Wärmeaustauschs der Außenbauteile mit der Umgebung - kann in Anlehnung an bekannte Verfahren [11,12,15] wie folgt gelöst werden und ist unabhängig von dem gewählten Modell.
Für die äquivalente Außentemperatur jeder „Außenfläche“ gilt:

$$\vartheta_{A;eq} = \vartheta_{A;Lu} + \Delta\vartheta_{A;eq;lw} + \Delta\vartheta_{A;eq;kw} \qquad (29)$$

mit

$$\Delta\vartheta_{A;eq;lw} = \left(\left(\vartheta_{Erd} - \vartheta_{A;Lu}\right)\cdot\left(1-\varphi\right) + \left(\vartheta_{Atm} - \vartheta_{A;Lu}\right)\cdot\varphi\right)\cdot\left(\frac{\frac{\varepsilon_F}{0{,}93}\cdot\alpha_{str;Atm-Erd}}{\alpha_A}\right) \qquad (30)$$

und

$$\vartheta_{Atm} = \left(\left(E_{Atm} / \left(0{,}93\cdot 5{,}67\right)\right)^{0{,}25}\right)\cdot 100 - 273{,}15 \qquad (31)$$

$$\vartheta_{Erd} = \left(\left(-E_{Erd} / \left(0{,}93\cdot 5{,}67\right)\right)^{0{,}25}\right)\cdot 100 - 273{,}15 \qquad (32)$$

$$\varphi = \left(1+\cos\left(\gamma_F\right)\right)/2 \qquad (33)$$

$$\alpha_{str;Atm-Erd} = 5{,}0 \quad \text{für } E_{Atm} + E_{Erd} = 0 \quad \text{und sonst} \quad \alpha_{str;Atm-Erd} = \frac{\left(E_{Atm} + E_{Erd}\right)}{\left(\vartheta_{Atm} - \vartheta_{Erd}\right)} \qquad (34)$$

worin bedeuten:

$\alpha_{str;Atm-Erd}$ = Wärmeübergangskoeffizient für Strahlung zwischen Atmosphäre und Umgebung in W/m²K

$\vartheta_{A;Lu}$ = Temperatur der Außenluft in °C

$\Delta\vartheta_{A;eq;lw}$ = Differenz der äquivalenten Außentemperatur in Folge langwelligem Strahlungsaustauschs in °C

$\Delta\vartheta_{A;eq;kw}$ = Differenz der äquivalenten Außentemperatur in Folge kurzwelligem Strahlungsaustauschs in °C

$\vartheta_{A;Lu}$ = Temperatur der Außenluft in °C

γ_F = Neigung der Außenfläche gegen die Horizontale

ε_F = Emissionskoeffizient (langwellig) der Außenfläche

a_F = Absorptionskoeffizient (kurzwellig) der Außenfläche

α_A = äußerer Wärmeübergangskoeffizient (gesamt) in W/m²K

E_{Erd} = Ausstrahlung der Umgebung in W/m²

E_{Atm} = atmosphärische Gegenstrahlung in W/m²

Die Erhöhung der äquivalenten Außentemperatur infolge kurzwelliger Strahlung auf opake Außenflächen:

$$\Delta\vartheta_{A;eq;kw} = \left(I_{dir} + I_{diff}\right)\cdot\frac{a_F}{\alpha_A} \qquad (35)$$

Die Berechnung von $\vartheta_{A;eq}$ erfolgt getrennt für jede Außenfläche mit unterschiedlicher Orientierung, für transparente Flächen und für Trennwände zu anders temperierten Nachbarräumen. Dabei ist für die opaken Flächen die äquivalente Außentemperatur nach Gl. (29) zu berechnen.

Für die einzelnen transparenten Flächen gilt:

$$\vartheta_{A;eq;AF} = \vartheta_{A;Lu} + \Delta\vartheta_{A;eq;lw} \qquad (36)$$

Die Berechnung der äquivalenten Temperatur für den anders temperierten Nachbarraum $\vartheta_{NR;eq}$ kann in Anlehnung an Gl. (29) wie folgt vereinfacht werden:

Setzt man $\vartheta_{A;Lu} = \vartheta_{NR;Lu}$, $\alpha_A = \alpha_{A;NR}$ und $\dot{Q}_{str;A;NR}$ = Summe der strahlenden Lasten auf der Nachbarraumseite der Wand, so wird

$$\vartheta_{NR;eq} = \vartheta_{NR;Lu} + \dot{Q}_{str;A;NR} \cdot \frac{1}{\alpha_{A;NR} \cdot A_{A;NR}} \tag{37}$$

Danach ist für die zusammengefasste Außenwand des 2-K-Modells eine über alle „Außenflächen“ A_ν und deren Wärmedurchgangskoeffizienten U_ν gewichtete äquivalente Außentemperatur zu bestimmen.

$$\vartheta_{A;eq;gew} = \sum_{\nu=1}^{n} \vartheta_{A;eq;AW_\nu} \cdot B_{AW_\nu} + \sum_{\nu=1}^{m} \vartheta_{A;eq;AF_\nu} \cdot B_{AF_\nu} + \sum_{\nu=1}^{k} \vartheta_{A;eq;NR_\nu} \cdot B_{NR_\nu} \tag{38}$$

Für den Bewertungsfaktor des ν - ten Bauteils gilt:

$$B_\nu = \frac{U_\nu \cdot A_\nu}{\sum_{\nu=1}^{p} U_\nu \cdot A_\nu} \tag{39}$$

Drei Lösungswege zur Berechnung des 2-K-Modells

Für die Berechnung des 2-K-Modells nach Bild 7 gibt es prinzipiell folgende Berechnungsvarianten der analytischen Behandlung:

1. Berechnung nach dem unter [2, 3] beschriebenen regelungstechnischen Modell. Für den Raum wird eine Zeitkonstante berechnet und die Vorhaltezeiten und Verstärkungsfaktoren werden für die einzelnen Aktionen getrennt berechnet. Der Raum wird als Verzögerungsglied erster Ordnung abgebildet.
2. Mit den Methoden der Maschenstromanalyse wird nach den Kirchhoffschen Gesetzen ein System von Gleichungen für Knotenspannungen und Maschenströme aufgestellt. Die Gleichungen werden mittels eines Solvers oder mit Hilfe der Matrizenrechnung in vorgegebenen für die Lösung geeigneten Zeitschritten gelöst.
3. Die nach 2. aufgestellten Gleichungen für das 2-K-Modell werden mit Hilfe der Laplacetransformation gelöst. Diese Lösung ergibt diskrete analytische Gleichungen für die Integrale an den Kapazitäten [1], [3].
   Zur Vereinfachung der Algorithmen wird die Grundschaltung des 2-K-Modells, die hinsichtlich des Strahlungsaustauschs eine Dreiecksschaltung ist (s. Bild 7) in eine Sternschaltung transformiert. Damit wird es möglich, für das 2-K-Modell einen Satz von in **beliebigen Zeitschritten** direkt lösbaren Gleichungen bereit zu stellen, deren Ergebnisse identisch mit den Ergebnissen nach 2. sind.

Auf die **Berechnungsvariante 1** (regelungstechnisches Modell) soll hier nicht weiter eingegangen werden, da sie unter [2] bereits ausführlich beschrieben ist. Bei dieser Methode müssen die Vorhaltezeiten und Verstärkungsfaktoren für jeden Zeitschritt neu berechnet werden und es wird ein relativ umfangreicher Satz von Gleichungen erforderlich.
Bei den **Berechnungsvarianten 2 und 3** werden die Kenngrößen des Raumes vor der Hauptberechnung ermittelt. Lediglich bei der Lüftung (Infiltration, Fensterlüftung und/oder mechanischer Lüftung) ist R_{Lue} für jede Stunde zu ermitteln.

Maschenstromanalyse des 2-K-Modells, Berechnungsvariante 2

Bild 9 zeigt das Beispiel für ein 2-K-Modell mit Lüftung und den für die Maschenstromanalyse erforderlichen Eintragungen. Nach den Kirchhoffschen Regeln hat die Summe der Wärmeströme in jedem Knoten und die Summe der Temperaturen (im elektrischen Schaltbild üblicherweise als Spannungen bezeichnet) in jeder Masche den Wert 0 zu besitzen. Mit den in Bild 9 getroffenen Festlegungen ergeben sich für die Knoten a bis g die folgenden Gleichungen:

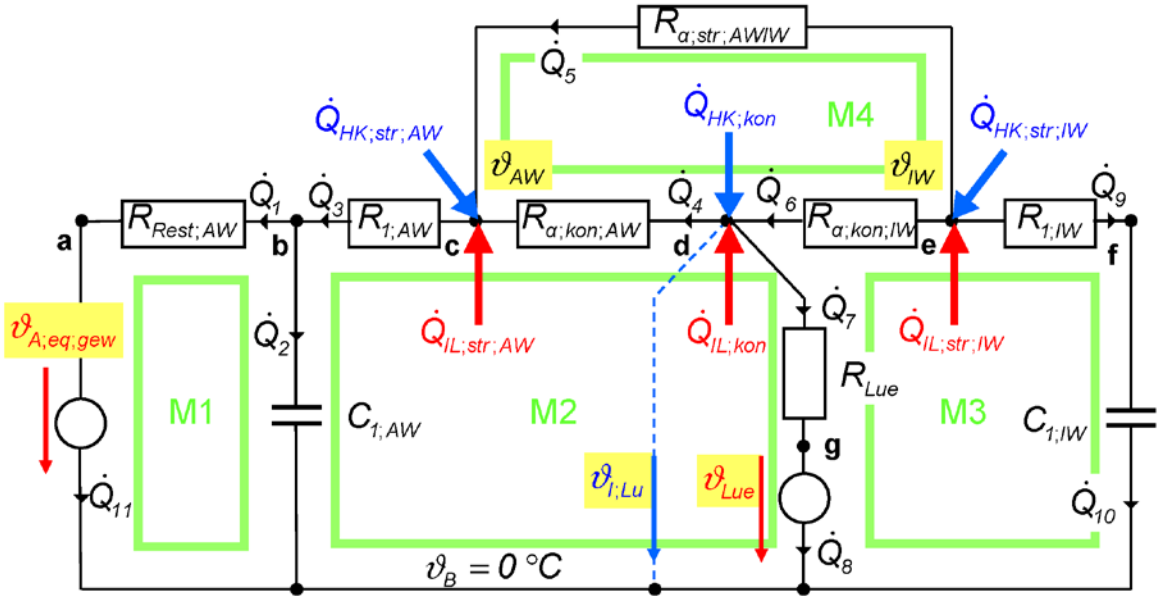


Bild 9: Schaltung des 2-K-Modells für die Maschenstromanalyse

Knoten a: $\dot{Q}_1 - \dot{Q}_{11} = 0$ (40)

Knoten b: $-\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 = 0$ (41)

Knoten c: $-\dot{Q}_3 + \dot{Q}_{IL;str;AW} + \dot{Q}_4 + \dot{Q}_5 + \dot{Q}_{HK;str;AW} = 0$ (42)

Knoten d: $-\dot{Q}_4 + \dot{Q}_6 + \dot{Q}_{IL;kon} - \dot{Q}_7 + \dot{Q}_{HK;kon} = 0$ (43)

Knoten e: $-\dot{Q}_5 - \dot{Q}_6 + \dot{Q}_{IL;str;IW} - \dot{Q}_9 + \dot{Q}_{HK;str;IW} = 0$ (44)

Knoten f: $\dot{Q}_9 - \dot{Q}_{10} = 0$ (45)

Knoten g: $\dot{Q}_7 - \dot{Q}_8 = 0$ (46)

Die Aufteilung der gesamten Heiz-/Kühllast $\dot{Q}_{HK;ges}$ auf den konvektiven Anteil $\dot{Q}_{HK;kon}$ und die strahlenden Anteile $\dot{Q}_{HK;str;IW}$ sowie $\dot{Q}_{HK;str;AW}$ erfolgt nach den Gl. (60) bis (65).

Für die Temperaturen ϑ_2 und ϑ_{10} an den Kapazitäten $C_{1;AW}$ und $C_{1;IW}$ ergibt sich zum Zeitpunkt t_1 :

$$\vartheta_2(t_1) = \vartheta_{C_1;AW}(t_1) \quad (47)$$

$$\vartheta_{10}(t_1) = \vartheta_{C_1;IW}(t_1) \quad (48)$$

und zum Zeitpunkt t_2:

$$\vartheta_2 = \vartheta_2\left(t_1\right) + \left(\frac{1}{C_{1;AW}}\right) \cdot \int_{t_1}^{t_2} \left(\dot{Q}_2\right) dt \tag{49}$$

$$\vartheta_{10} = \vartheta_{10}\left(t_1\right) + \left(\frac{1}{C_{1;IW}}\right) \cdot \int_{t_1}^{t_2} \left(\dot{Q}_{10}\right) dt \tag{50}$$

Mit den Gl. (49) und (50) ergeben sich die Spannungen in den Maschen M1 bis M4 zu:

M1: $$\vartheta_{A;eq;gew} + R_{Rest;AW} \cdot \dot{Q}_1 - \vartheta_2 = 0 \tag{51}$$

M2: $$\vartheta_2 + R_{1;AW} \cdot \dot{Q}_3 + R_{\alpha;kon;AW} \cdot \dot{Q}_4 - R_{Lue} \cdot \dot{Q}_7 - \vartheta_{Lue} = 0 \tag{52}$$

M3: $$\vartheta_{10} + R_{1;IW} \cdot \dot{Q}_9 - R_{\alpha;kon;IW} \cdot \dot{Q}_6 - R_{Lue} \cdot \dot{Q}_7 - \vartheta_{Lue} = 0 \tag{53}$$

M4: $$R_{\alpha;kon;AW} \cdot \dot{Q}_4 - R_{\alpha;str;AWIW} \cdot \dot{Q}_5 + R_{\alpha;kon;IW} \cdot \dot{Q}_6 = 0 \tag{54}$$

Nach Lösung des Gleichungssystems mit einem der o. g. Verfahren (Solver bzw. Matrizenrechnung), erhält man die Raumlufttemperatur:

$$\vartheta_{I;LU} = \vartheta_{A;eq;ges} + R_{Rest;AW} \cdot \dot{Q}_1 + R_{1;AW} \cdot \dot{Q}_3 + R_{\alpha;kon;AW} \cdot \dot{Q}_4 \tag{55}$$

Die Oberflächentemperaturen für Innen- und Außenwand:

$$\vartheta_{AW} = \vartheta_{I;Lu} - R_{\alpha;kon;AW} \cdot \dot{Q}_4 \tag{56}$$

$$\vartheta_{IW} = \vartheta_{I;Lu} + R_{\alpha;kon;IW} \cdot \dot{Q}_6 \tag{57}$$

Gleichgültig, mit welchem mathematischen Verfahren man das Gleichungssystem löst, es kommt in jedem Falle auf die Wahl einer ausreichend kleinen Schrittweite für die Integration an. Das Verhältnis der Schrittweite der Integration zur Zeitkonstanten an der jeweiligen Kapazität $R_1 \cdot C_1$ ist entscheidend für die Genauigkeit der Ergebnisse. Bei wärmetechnisch abgedeckten Speichermassen oder kleiner Speichermasse muss die Schrittweite entsprechend reduziert werden.

Vergleichsrechnungen mit dem detaillierten Beuken-Modell haben gezeigt, dass beim Typraum S eine Schrittweite von 3600 s (1 h) noch gerade ausreichend ist, dagegen bei leichteren Räumen oder abgedeckten Speichemassen (Typ L, XL) eine Schrittweite von maximal 10 s erforderlich werden kann.

Die maximal zulässige Schrittweite hängt im Wesentlichen von den Zeitkonstanten der einzelnen Bauteile ab. Die Reaktion auf eine Sprungfunktion als Aktionsgröße ist eine e-Funktion. Die e-Funktion kann in einem Zeitschritt nur dann linearisiert werden, wenn der Zeitschritt sehr klein im Verhältnis zur Zeitkonstanten des Bauteils ist. Will man also mit Sicherheit möglichst genaue Ergebnisse haben, muss grundsätzlich eine geringe Schrittweite gewählt werden, was bei einer Jahressimulation zu hohen Rechenzeiten führt.

Vorteil des Verfahrens ist eine relativ einfache Anpassbarkeit der Gleichungen bei Änderungen in der Schaltung z. B. bei der Kopplung mehrerer Räume. Dies ist jedoch für die Standardlast- bzw. Temperaturberechnung nicht erforderlich.

Diskrete analytische Lösung des 2-K-Modells, nach Berechnungsvariante 3.

Das vollständige Ersatzschaltbild des 2-K-Modells mit allen erforderlichen Kennwerten, Aktions- und Reaktionsgrößen **ist in Bild 10** enthalten.

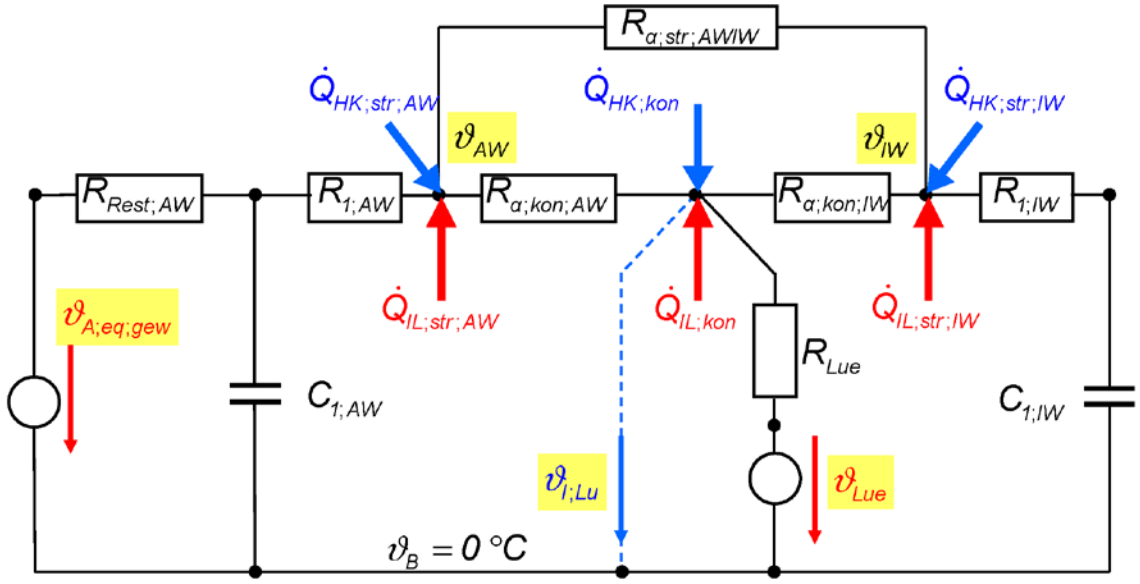


Bild 10: Vollständiges Ersatzschaltbild für das 2-K-Modell

Die **Aktionsgrößen** (unabhängige Variablen), die im Zeitgang vorzugeben sind, lauten:

$\dot{Q}_{IL\,;\,kon}$: konvektive Innenlast

$\dot{Q}_{IL\,;\,str}$: strahlende Innenlast

aufgeteilt auf Innenwand *IW* und Außenwand *AW*:

$$\dot{Q}_{IL;str;IW} = \dot{Q}_{IL;str} \cdot \frac{A_{Raum} - A_{AW}}{A_{Raum}} \tag{58}$$

$$\dot{Q}_{IL;str;AW} = \dot{Q}_{IL;str} \cdot \frac{A_{AW}}{A_{Raum}} \tag{59}$$

$\vartheta_{A\,;\,eq\,;\,gew}$: gewichtete äquivalente Außentemperatur nach Gl. (38)

ϑ_{Lue}: Zulufttemperatur für Infiltration, Fensterlüftung und Raumlufttechnik (gewichtet nach den Volumenströmen)

R_{Lue}: Wärmewiderstand für die Berücksichtigung der Zuluft (Infiltration, Fensterlüftung und Raumlufttechnik)

Die **Reaktionsgrößen** (abhängige Variablen), die sich im Zeitgang errechnen, sind:

ϑ_{IW}: Oberflächentemperatur der Innenwand

ϑ_{AW}: Oberflächentemperatur der Innenseite der Außenwand

Alternativ **Aktions- oder Reaktionsgröße** können sein:

$\vartheta_{I\,;\,Lu}$: Innenlufttemperatur (Raumlufttemperatur)

$\dot{Q}_{HK\,;\,ges}$: Heiz- und Kühllast (gesamt)

Heizlast: >0
Kühllast: <0

aufgeteilt in:

$$\dot{Q}_{HK;kon} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{Q;HK;kon} \tag{60}$$

$$\dot{Q}_{HK;str;IW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{Q;HK;str;IW} \tag{61}$$

$$\dot{Q}_{HK;str;AW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{Q;HK;str;AW} \tag{62}$$

mit:

$$Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str\,;\,IW} = Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str} \cdot \frac{A_{Raum} - A_{AW}}{A_{Raum}} + Anteil_{\dot{Q}\,;\,FHK;IW} \tag{63}$$

$$Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str\,;\,AW} = Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str} \cdot \frac{A_{AW}}{A_{Raum}} + Anteil_{\dot{Q}\,;\,FHK;AW} \tag{64}$$

$$Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,kon} + Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str\,;\,IW} + Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str\,;\,AW} = 1 \tag{65}$$

Die Aufteilung der Heiz- bzw. Kühllast auf konvektiven und strahlenden Anteil ist stundenweise vorzugeben.

Der $\text{Anteil}_{Q\,;\,FHK}$ einer eventuell vorhandenen Flächenheizung bzw. –kühlung ($\dot{Q}_{FHK}$) an der gesamten Heiz- bzw. Kühllast ist ebenfalls getrennt für IW und AW vorzugeben. Dabei ist $\dot{Q}_{FHK}$ in $\dot{Q}_{HK\,;\,str\,;\,IW}$ und $\dot{Q}_{HK\,;\,str\,;\,AW}$ enthalten.

Anm.: Da die Aufteilung von $Anteil_{\dot{Q}\,;\,H}$ für die Heizlast und von $Anteil_{\dot{Q}\,;\,K}$ für die Kühllast i.d.R. unterschiedlich ist, müssen die Gl. (60) bis (65) sowie die Gl. (109) zwischen Heizlast und Kühllast differenzieren.

Um darzustellen, dass die Nachbildung einer Flächenheizung bzw. –kühlung mittels einer „Strahlungsquelle“ auf die Oberfläche der „IW“ bzw. „AW“ berechtigt ist, werden die Ergebnisse von zwei Beispielen dargestellt.

In **Bild 11** wird für den L-Raum in Anlehnung an Bild 8 der Fall eines Sprunges für die Innenlasten (hier 500 W konvektiv und 500 W strahlend) und zusätzlich für die Kühldecke (hier 750 W) betrachtet. Es zeigt sich an Hand der Ergebnisse in Bild 11 eindeutig, dass sich eine „Kühldecke“ mit dem 2-K-Modell ausreichend genau beschreiben lässt.

Im **Bild 12** wird eine Bauteilkühlung an Hand des Typraum S betrachtet. Dabei wird der „kritische“ Fall eines intermittierenden Betriebs untersucht. Wie nicht anders zu erwarten, gibt es etwas größere Abweichungen beim vereinfachten 2-K-Modell. Die Abweichungen gegenüber der genauen Berechnung mittels des detaillierten Beuken-Modells sind jedoch durchaus akzeptabel.

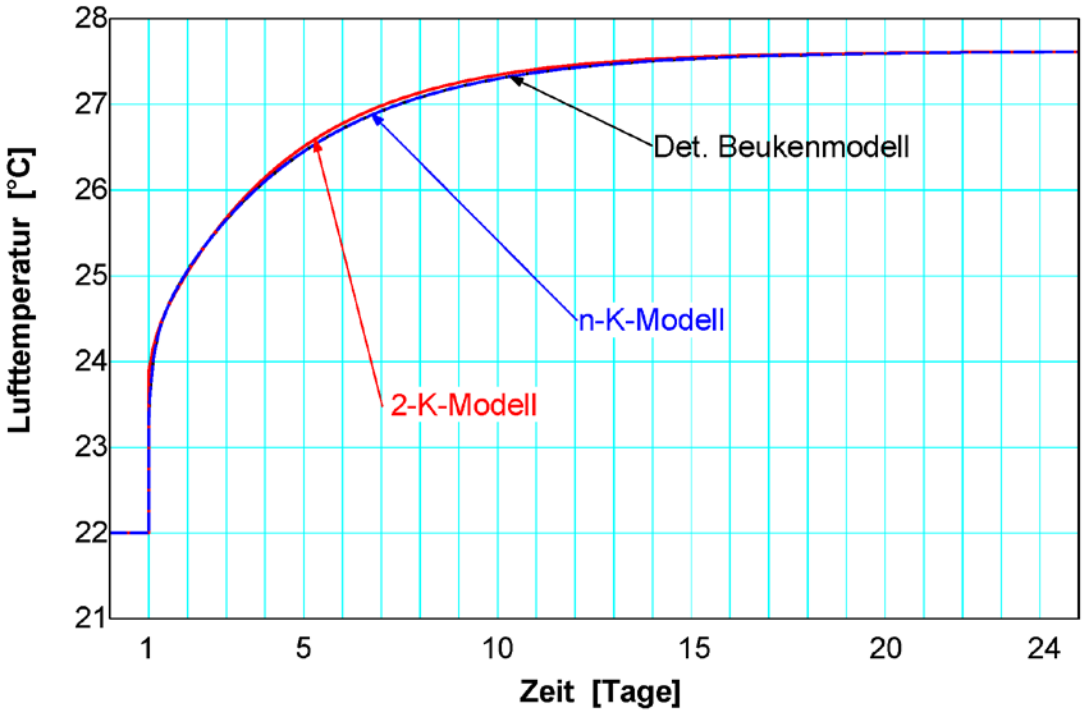


Bild 11: Vergleich der Ergebnisse mit dem detaillierten Beuken-Modell für den L-Raum mit Kühldecke (konvektive Innenlast 500 W, strahlende Innenlast 500 W, Kühldecke 750 W)

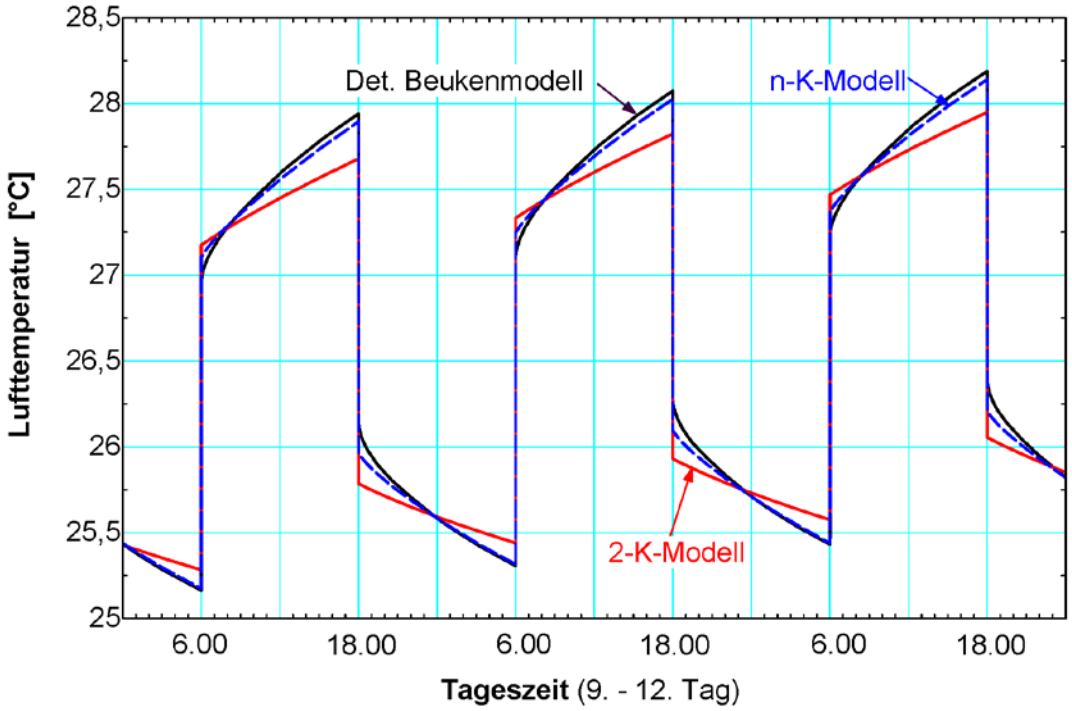


Bild 12: Vergleich der Ergebnisse mit dem detaillierten Beuken-Modell für den S-Raum mit Bauteilkühlung im intermittierenden Betrieb (konvektive Innenlast 500 W, strahlende Innenlast 500 W, Kühldecke 500 W)

Entsprechend **Bild 13** sind die Aktionsgrößen als Stundenmittelwerte vorzugeben/vorhanden. Die Reaktionsgrößen sollen dann ebenfalls als Stundenmittelwerte (Treppenfunktion) ermittelt werden.
Kürzere Zeitschritte sind möglich, jedoch nicht erforderlich. Bei Überlegungen zu dem geeigneten Zeitschritt sollte berücksichtigt werden, dass z.B. die meteorologischen Daten (Aktionsgrößen) in der Regel nur als Stundenmittelwerte, siehe z.B. in [10], vorliegen.
Die Betrachtung der Momentanwerte am Ende eines Zeitschrittes liefert keine korrekte Abbildung der Last- und Temperaturverhältnisse im betrachteten Zeitraum. Auch weicht der Momentanwert zur Mitte des betrachteten Zeitschrittes insbesondere bei kurzen Zeitkonstanten (z.B. XL-Raum) vom Mittelwert über den Zeitschritt ab.

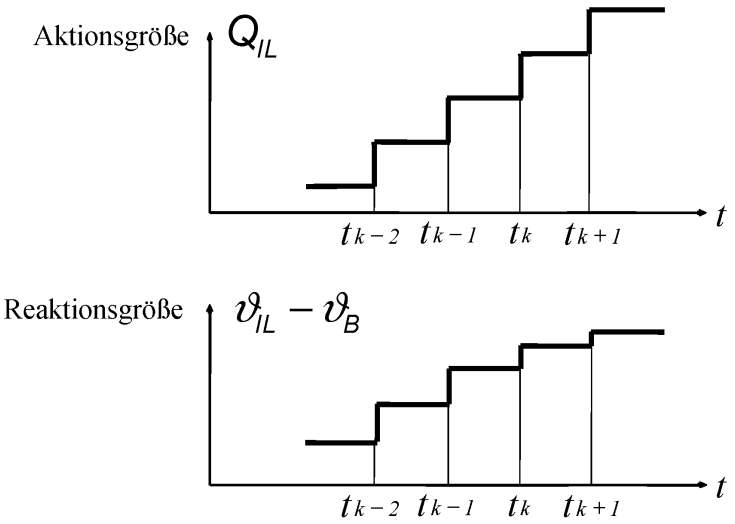


Bild 13: Prinzipielle Darstellung des Zeitganges von zeitvariablen Aktions- und Reaktionsgrößen

Bei der analytischen Lösung der Maschen- und Knotengleichungen für das Ersatzschaltbild nach Bild 10 – siehe hierzu auch Gl. (40) bis (57) - ist es hinderlich, dass bezüglich der Wärmeübergänge durch Konvektion und Strahlung eine sogenannte Dreieckschaltung vorliegt.
Mit dem in der elektrischen Schaltungstechnik üblichen Verfahren zur Transformation einer Dreieckschaltung in eine gleichwertige Sternschaltung lässt sich dieses Problem aber umgehen (siehe **Bild 14**).

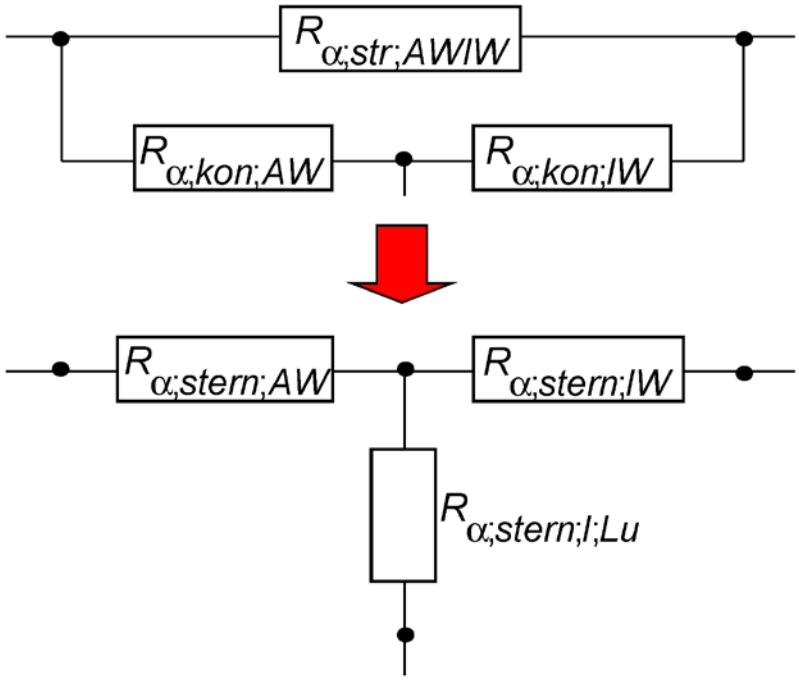


Bild 14: Transformation der Dreieckschaltung der Wärmeübergangswiderstände in eine gleichwertige Sternschaltung

Die formelmäßige Umrechnung erfolgt nach folgenden Gleichungen:

$$R_{\alpha;Stern;IL} = \frac{R_{\alpha;kon;IW} \cdot R_{\alpha;kon;AW}}{R_{\alpha;kon;IW} + R_{\alpha;kon;AW} + R_{\alpha;str;AWIW}} \tag{66}$$

$$R_{\alpha;Stern;AW} = \frac{R_{\alpha;str;AWIW} \cdot R_{\alpha;kon;AW}}{R_{\alpha;kon;IW} + R_{\alpha;kon;AW} + R_{\alpha;str;AWIW}} \tag{67}$$

$$R_{\alpha;Stern;IW} = \frac{R_{\alpha;str;AWIW} \cdot R_{\alpha;kon;IW}}{R_{\alpha;kon;IW} + R_{\alpha;kon;AW} + R_{\alpha;str;AWIW}} \tag{68}$$

Damit ergibt sich die vollständige Ersatzschaltung des 2-K-Modells in Sternschaltung entsprechend **Bild 15**.

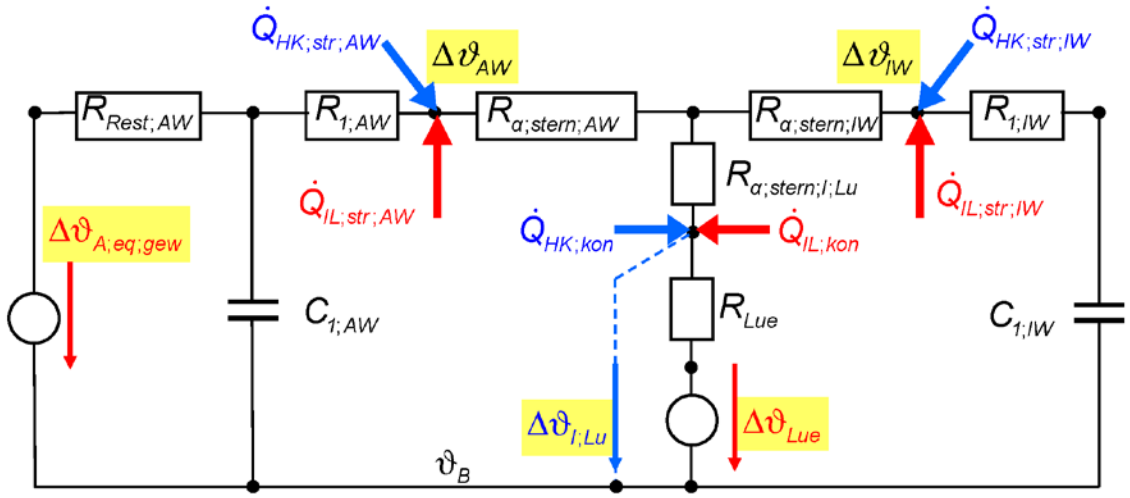


Bild 15: Vollständiges Ersatzschaltbild für das 2-K-Modell in Sternschaltung

Für die Berechnung des Zeitganges der Reaktionsgrößen ist es zweckmäßig, einen geeigneten Anfangszustand des thermischen Systems „Raum“ zu wählen.
Dies ist durch Einführen der Bezugstemperatur ϑ_B möglich, mit der ein geeigneter Anfangswert, z.B. 22 °C, gewählt werden kann. Es gilt dann:

$$\Delta\vartheta_{I;Lu} = \vartheta_{I;Lu} - \vartheta_B \tag{69}$$

$$\Delta\vartheta_{A;eq;gew} = \vartheta_{A;eq;gew} - \vartheta_B \tag{70}$$

$$\Delta\vartheta_{Lue} = \vartheta_{Lue} - \vartheta_B \tag{71}$$

$$\Delta\vartheta_{IW} = \vartheta_{IW} - \vartheta_B \tag{72}$$

$$\Delta\vartheta_{AW} = \vartheta_{AW} - \vartheta_B \tag{73}$$

Am Beispiel der strahlenden Innenlast auf die Innenwand *IW* soll prinzipiell die Vorgehensweise bei der analytischen Berechnung aufgezeigt werden (siehe **Bild 16**).

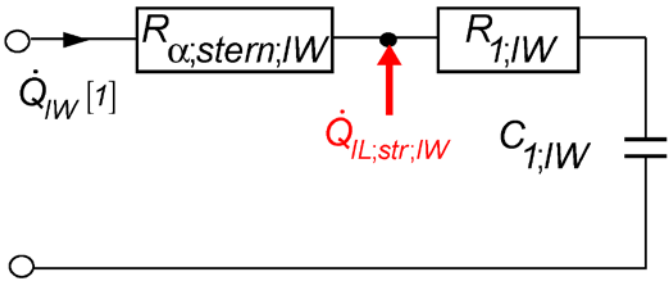


Bild 16: Berücksichtigung des Speicherverhaltens der *IW* auf Grund von strahlender Innenlast

Wie bereits in [1] sowie in [3] Gl. (37) bis (48) detailliert beschrieben, eignet sich zur Herleitung des Zusammenhanges zwischen $\vartheta(t)$ und $\dot{Q}(t)$ mit den Parametern R und C der Übergang von der mathematischen Darstellung als Zeitfunktion in die Laplace-Darstellung.

Die zeitlichen Änderungen der Aktions- und Reaktionsgrößen werden durch Treppenfunktionen (Serie von Sprungfunktionen) nachgebildet (siehe Bild 13). Als geeignetes Zeitintervall wird hier 1 h gewählt, da sich hiermit noch alle wesentlichen Zeitabläufe mit ausreichender Genauigkeit beschreiben lassen und andererseits kein unnötig großer Rechenaufwand notwendig ist (beliebige Zeitintervalle sind möglich).
Der Vorteil der Lösungsweges über die Laplace-Transformation liegt daran, dass das Integral (siehe beispielsweise Gl. (49) und (50)) in ein Polynom überführt und auch der Mittelwert der Reaktionsgröße für ein Zeitintervall direkt ermittelt werden kann. Nach Rücktransformation in die Zeitdarstellung erhält man dann als Antwort auf die Aktionsgröße $\dot{Q}_{IL\,;\,str\,;\,IW}$ für den Stundenmittelwert der Reaktionsgröße $\dot{Q}_{IW}[1]$:

$$\dot{Q}_{IW}[1] = -\dot{Q}_{IL;str;IW} \cdot KO_{IW}[1;1] - VO_{IW;Anfang}[1] \tag{74}$$

wobei gilt:

$KO_{IW}[1;1]$: Konstante für das Speicherverhalten, die sich aus der Kennwerten R und C der Ersatzschaltung ergibt (siehe Tabell1)

$VO_{IW\,;\,Anfang}[1]$: Vorgeschichte (Ladezustand der Kapazität C) zum Anfang Des betrachteten Zeitintervalls (siehe Gl. (119) bis (125))

Für die Berücksichtigung des Speicherverhaltens der anderen Aktionsgrößen lauten die Formeln:

$$\dot{Q}_{IW}[2] = \Delta\vartheta_{I;Lu} \cdot KO_{IW}[2;1] - VO_{IW;Anfang}[2] \tag{75}$$

Analog gilt für die Außenwand:

$$\dot{Q}_{AW}[1] = -\dot{Q}_{IL;str;AW} \cdot KO_{AW}[1;1] - VO_{AW;Anfang}[1] \tag{76}$$

$$\dot{Q}_{AW}[2] = \Delta\vartheta_{I;Lu} \cdot KO_{AW}[2;1] - VO_{AW;Anfang}[2] \tag{77}$$

$$\dot{Q}_{AW}[3] = \Delta\vartheta_{A;eq;gew} \cdot KO_{AW}[3;1] - VO_{AW;Anfang}[3] \tag{78}$$

Der stationäre Wärmefluss zur äquivalenten Außenlufttemperatur und zur Zulufttemperatur ermittelt sich nach:

$$\dot{Q}_{AW}[4] = \frac{\Delta\vartheta_{I;Lu} - \Delta\vartheta_{A;eq;gew}}{R_{Stern;AW}} \tag{79}$$

$$\dot{Q}_{Lue} = \frac{\vartheta_{I;Lu} - \vartheta_{Lue}}{R_{Lue}} \tag{80}$$

Die Konstanten *KO* für die Innenwand *IW* sind in **Tabelle 1** und für die Außenwand *AW* in **Tabelle 2** zusammengestellt.

Tabelle 1. Konstanten für das Speicherverhalten der Innenwand *IW*

$$KO_{IW}[1;1] = 1 - \frac{R_{\alpha;Stern;IW} \cdot C_{1;IW}}{3{,}6} \cdot (1 - E_{IW}) \tag{81}$$

$$KO_{IW}[1;2] = E_{IW} \tag{82}$$

$$KO_{IW}[1;3] = \frac{R_{\alpha;Stern;IW} \cdot C_{1;IW}}{3{,}6} \cdot (1 - E_{IW})^2 \tag{82}$$

$$KO_{IW}[2;1] = \frac{C_{1;IW}}{3{,}6} \cdot (1 - E_{IW}) \tag{84}$$

$$KO_{IW}[2;2] = E_{IW} \tag{85}$$

$$KO_{IW}[2;3] = \frac{C_{1;IW}}{3{,}6} \cdot (1 - E_{IW})^2 \tag{86}$$

Tabelle 2 Konstanten für das Speicherverhalten der Außenwand *AW*

$$KO_{AW}[1;1] = 1 - \frac{R_{\alpha;Stern;AW}}{R_{Stern;AW}} \cdot \left[1 + \frac{R_{Rest;AW}}{(R_{\alpha;Stern;AW} + R_{1;AW}) \cdot Z_{I;AW}} \cdot (1 - E_{I;AW})\right] \tag{87}$$

$$KO_{AW}[1;2] = E_{I;AW} \tag{88}$$

$$KO_{AW}[1;3] = \frac{R_{\alpha;Stern;AW}}{R_{Stern;AW}} \cdot \frac{R_{Rest;AW}}{(R_{\alpha;Stern;AW} + R_{1;AW}) \cdot Z_{I;AW}} \cdot \cdot (1 - E_{I;AW})^2 \tag{89}$$

$$KO_{AW}[2;1] = \frac{1}{R_{Stern;AW}} \cdot \frac{R_{Rest;AW}}{(R_{\alpha;Stern;AW} + R_{1;AW}) \cdot Z_{I;AW}} \cdot (1 - E_{I;AW}) \tag{90}$$

$$KO_{AW}[2;2] = E_{I;AW} \tag{91}$$

$$KO_{AW}[2;3] = \frac{1}{R_{Stern;AW}} \cdot \frac{R_{Rest;AW}}{(R_{\alpha;Stern;AW} + R_{1;AW}) \cdot Z_{I;AW}} \cdot (1 - E_{I;AW})^2 \tag{92}$$

$$KO_{AW}[3;1] = \frac{1}{R_{Stern;AW} \cdot Z_{A;AW}} \cdot (1 - E_{A;AW}) \tag{93}$$

$$KO_{AW}[3;2] = E_{A;AW} \tag{94}$$

$$KO_{AW}[3;3] = \frac{1}{R_{Stern;AW} \cdot Z_{A;AW}} \cdot (1 - E_{A;AW})^2 \tag{95}$$

In den Konstanten *KO* ist als Abkürzung die Variable *E* enthalten:

$$E = \exp\left(-\frac{\Delta t_x}{R \cdot C}\right) \tag{96}$$

mit:

$$Z = \frac{\Delta t_x}{R \cdot C} \tag{97}$$

$$\Delta t_x = 1\text{h} = 3600\,\text{s} \tag{98}$$

wobei R in $\frac{\text{K}}{\text{W}}$ und C in $\frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ einzusetzen ist. Somit gilt für *Z*:

$$Z = \frac{3{,}6}{R \cdot C} \tag{99}$$

Für die Innenwand *IW* gilt:

$$Z_{IW} = \frac{3{,}6}{\left(R_{\alpha;Stern;IW} + R_{1;IW}\right) \cdot C_{1;IW}} \tag{100}$$

$$E_{IW} = \exp\left(-Z_{IW}\right) \tag{101}$$

Für die Außenwand *AW* gilt:

$$Z_{I;AW} = \frac{R_{Stern;AW}}{R_{Rest;AW}} \cdot \frac{3{,}6}{\left(R_{\alpha;Stern;AW} + R_{1;AW}\right) \cdot C_{1;AW}} \tag{102}$$

$$E_{I;AW} = \exp\left(-Z_{I;AW}\right) \tag{103}$$

$$Z_{A;AW} = \frac{R_{Stern;AW}}{R_{Rest;AW}} \cdot \frac{3{,}6}{\left(R_{Stern;AW} - R_{Rest;AW}\right) \cdot C_{1;AW}} \tag{104}$$

$$E_{A;AW} = \exp\left(-Z_{A;AW}\right) \tag{105}$$

mit:

$$R_{Stern;AW} = R_{\alpha;Stern;AW} + R_{1;AW} + R_{Rest;AW} \tag{106}$$

Ist die Heiz- bzw. Kühllast $\dot{Q}_{HK\,;\,ges}$ die Reaktionsgröße und die Raumlufttemperatur $\vartheta_{I\,;\,Lu}$ Aktionsgroße, lässt sich $\dot{Q}_{HK\,;\,ges}$ nach folgender Formel ermitteln:

$$\dot{Q}_{HK\,;\,ges} = \frac{\dot{Q}_{IW}[1] + \dot{Q}_{IW}[2] + \dot{Q}_{AW}[1] + \dot{Q}_{AW}[2] + \dot{Q}_{AW}[3] + \dot{Q}_{AW}[4]}{F_2} + \\ + \frac{\left(\dot{Q}_{Lue} - \dot{Q}_{IL\,;\,kon}\right) \cdot F_1}{F_2} \tag{107}$$

mit:

$$F_1 = 1 + R_{\alpha;Stern;IL} \cdot \left(\frac{1}{R_{Stern;AW}} + KO_{AW}[2;1] + KO_{IW}[2;1]\right) \tag{108}$$

$$F_2 = Anteil_{Q;HK;kon} \cdot F_1 + Anteil_{Q;HK;str;AW} \cdot KO_{AW}[1;1] + \\ + Anteil_{Q;HK;str;IW} \cdot KO_{IW}[1;1] \tag{109}$$

Wird dagegen im betrachteten Zeitintervall als Reaktionsgröße die Raumlufttemperatur $\vartheta_{l\,;\,Lu}$ gesucht, dann gilt:

$$\Delta\vartheta_{l;Lu} = \frac{\dot{Q}_{HK;ges}\cdot F_2 + \frac{\Delta\vartheta_{A;eq;gew}}{R_{Stern;AW}} - F_Q + \left(\frac{\Delta\vartheta_{Lue}}{R_{Lue}} + \dot{Q}_{IL;kon}\right)\cdot F_1 + F_{VO}}{F_{KO} + \frac{1}{R_{Stern;AW}} + \frac{1}{R_{Lue}}\cdot F_1} \tag{110}$$

mit:

$$F_{KO} = KO_{AW}[2;1] + KO_{IW}[2;1] \tag{111}$$

$$F_{VO} = VO_{AW;Anfang}[2] + VO_{IW;Anfang}[2] \tag{112}$$

$$F_Q = \dot{Q}_{IW}[1] + \dot{Q}_{AW}[1] + \dot{Q}_{AW}[3] \tag{113}$$

Die operative (empfundene) Temperatur ist als Mittelwert zwischen der Raumlufttemperatur und der mittleren Oberflächentemperatur der Raumumschließungsflächen definiert. Sie ermittelt sich zu:

$$\vartheta_{l;op} = \frac{1}{2}\cdot\left[\Delta\vartheta_{l;Lu} + \frac{\Delta\vartheta_{IW}\cdot\left(A_{Raum} - A_{AW}\right) + \Delta\vartheta_{AW}\cdot A_{AW}}{A_{Raum}}\right] + \vartheta_B \tag{114}$$

mit:

$$\Delta\vartheta_{IW} = \Delta\vartheta_{l;Lu} - \dot{Q}_{Stern;l;Lu}\cdot R_{\alpha;Stern;IL} - \dot{Q}_{IW;ges}\cdot R_{\alpha;Stern;IW} \tag{115}$$

$$\begin{aligned}\Delta\vartheta_{AW} &= \Delta\vartheta_{l;Lu} - \dot{Q}_{Stern;l;Lu}\cdot R_{\alpha;Stern;IL} - \\ &\quad - \left(\dot{Q}_{Stern;\,l;Lu} - \dot{Q}_{IW;ges}\right)\cdot R_{\alpha;Stern;AW}\end{aligned} \tag{116}$$

$$\dot{Q}_{Stern;l;Lu} = \dot{Q}_{HK;ges}\cdot Anteil_{Q;HK;kon} - \dot{Q}_{Lue} + \dot{Q}_{IL;kon} \tag{117}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{IW;ges} &= \dot{Q}_{IW}[1] - \dot{Q}_{HK;str;IW}\cdot KO_{IW}[1;1] + \dot{Q}_{IW}[2] - \\ &\quad - \dot{Q}_{Stern;l;Lu}\cdot R_{\alpha;Stern;IL}\cdot KO_{IW}[2;1]\end{aligned} \tag{118}$$

Abschließend ist nur noch die Vorgeschichte *VO* zum Ende des Betrachtungszeitintervalls zu ermitteln, die gleich ist der Vorgeschichte zu Beginn des nächsten Zeitintervalls:

$$VO_{Anfang}(t) = VO_{Ende}(t-1) \tag{119}$$

$$VO_{Anfang}(t+1) = VO_{Ende}(t) \tag{120}$$

Für die Innenwand *IW* gilt:

$$VO_{IW;Ende}[1] = VO_{IW;Anfang}[1]\cdot KO_{IW}[1;2] + KO_{IW}[1;3]\cdot\left(\dot{Q}_{HK;str;IW} + \dot{Q}_{IL;str;IW}\right) \tag{121}$$

$$VO_{IW;Ende}[2] = VO_{IW;Anfang}[2]\cdot KO_{IW}[2;2] + KO_{IW}[2;3]\cdot\left(\Delta\vartheta_{l;Lu} - \dot{Q}_{Stern;l;Lu}\cdot R_{\alpha;Stern;IL}\right) \tag{122}$$

Für die Außenwand *AW* gilt:

$$VO_{AW;Ende}[1] = VO_{AW;Anfang}[1]\cdot KO_{AW}[1;2] + KO_{AW}[1;3]\cdot\left(\dot{Q}_{HK;str;AW} + \dot{Q}_{IL;str;AW}\right) \tag{123}$$

$$VO_{AW;Ende}[2] = VO_{AW;Anfang}[2] \cdot KO_{AW}[2;2] + KO_{AW}[2;3] \cdot \left(\Delta\vartheta_{I;Lu} - \dot{Q}_{Stern;I;Lu} \cdot R_{\alpha;Stern;IL}\right) \quad (124)$$

$$VO_{AW;Ende}[3] = VO_{AW;Anfang}[3] \cdot KO_{AW}[3;2] + KO_{AW}[3;3] \cdot \Delta\vartheta_{A;eq;gew} \quad (125)$$

Zu Beginn der Berechnung (erstes Zeitintervall) werden zweckmäßigerweise die Vorgeschichten VO_{Anfang} zu Null gesetzt.

Berücksichtigung veränderlicher Wärmedurchgangskoeffizienten bei transparenten Bauteilen.

Bei Abluftfenstern ändert sich der Wärmedurchgangskoeffizient in Abhängigkeit der Betriebsweise (mit/ohne Abluft). Auch bei üblichen Fenstern tritt dieser Effekt auf, wenn ein temporärer Wärmeschutz eingesetzt wird z. B. durch das Schließen von Rollläden. Zur Berücksichtigung des Einflusses von $\Delta U_F \cdot A_F$ kann das Fenster als masseloser Wärmeübertrager angesehen werden und eine Korrektur der Wärmeströme vorgenommen werden. Der von der Temperaturdifferenz $\vartheta_{I;Lu} - \vartheta_{A;Lu}$ abhängige Anteil $\Delta\dot{Q}_1 = f\left(\Delta U_F \cdot A_F, \Delta\vartheta_{I;Lu-A;Lu}\right)$ wird beim stationären Wärmefluss und der von den Strahlungsverhältnissen auf der inneren und der äußeren Oberflächen des Fensters abhängige Anteil $\Delta\dot{Q}_2 = f\left(\Delta U_F \cdot A_F, \dot{Q}_{str;I}, \dot{Q}_{str;A}\right)$ wird als eine negative konvektive Innenlast berücksichtigt. Nach Ermittlung der Raumlufttemperatur ist es dann auch möglich, mit $\dot{Q}_{korr} = \sum \Delta\dot{Q}$ eine Korrektur für die operative (empfundene) Temperatur $\Delta\vartheta_{I;op} = f\left(\dot{Q}_{korr}, \alpha_{ges;I;F}, A_F, A_{ges}\right)$ zu bestimmen.

Gl. (107) und (110) sind hierzu zu ergänzen:

$$\dot{Q}_{HK;ges} = \frac{\dot{Q}_{IW}[1] + \dot{Q}_{IW}[2] + \dot{Q}_{AW}[1] + \dot{Q}_{AW}[2] + \dot{Q}_{AW}[3] + \dot{Q}_{AW}[4]}{F_2} + \frac{\left(\dot{Q}_{Lue} - \dot{Q}_{IL;kon}\right) \cdot F_1 + \dot{Q}_{kor,\Delta U_{AF}}}{F_2} \quad (107a)$$

$$\Delta\vartheta_{I;Lu} = \frac{\dot{Q}_{HK;ges} \cdot F_2 + \frac{\Delta\vartheta_{A;eq;gew}}{R_{Stern;AW}} - \dot{Q}_{kor_Zähler;\Delta U_{AF}} - F_Q + \left(\frac{\Delta\vartheta_{Lue}}{R_{Lue}} + \dot{Q}_{IL;kon}\right) \cdot F_1 + F_{VO}}{F_{KO} + \frac{1}{R_{Stern;AW}} + \frac{1}{R_{Lue}} \cdot F_1 + \dot{Q}_{kor_Nenner;\Delta U_{AF}}} \quad (110a)$$

mit:

$$\dot{Q}_{kor,\Delta U_{AF}} = \dot{Q}_{kor_Zähler;\Delta U_{AF}} + \dot{Q}_{kor_Nenner;\Delta U_{AF}} \cdot \Delta\vartheta_{I;Lu} \quad (110b)$$

$$\dot{Q}_{kor_Zähler;\Delta U_{AF}} = \sum_{\nu=1}^{n} \Delta U_{AF_\nu} \cdot A_{AF_\nu} \cdot \left(\frac{\dot{Q}_{IL;str;AF_\nu}}{\alpha_{I;AF_\nu} \cdot A_{AF_\nu}} - \Delta\vartheta_{A;eq;AF_\nu}\right) \quad (110c)$$

$$\dot{Q}_{kor_Nenner;\Delta U_{AF}} = \sum_{\nu=1}^{n} \Delta U_{AF_\nu} \cdot A_{AF_\nu} \quad (110e)$$

$$\Delta U_{AF_\nu} = U_{AF_\nu}(t_x) - U_{AF_\nu}(Basis) \qquad (110f)$$

mit:

$U_{AF_\nu}(t_x)$ Wärmedurchgangskoeffizient des Fensters AF_ν zur Stunde t_x

$U_{AF_\nu}(Basis)$ Basiswert des Wärmedurchgangs-koeffizienten des Fensters AF_ν

Zusammenfassung

Bei den Testberechnungen zu VDI 6020 zeigte sich die beste Übereinstimmung mit dem detaillierten Beuken-Modell bei dem nach dem n-K-Modell arbeitenden Gebäudesimulationsprogramm [13], [14], auch gegenüber den Programmen nach den unterschiedlichen Differenzenverfahren. Diese Übereinstimmung zeigen auch die Ergebnisse der Bilder 8, 11 und 12.
Die diskrete analytische Lösung mittels des 2-K-Modells stellt eine zulässige und ausreichend genaue Vereinfachung des n-K-Modells dar. Die Algorithmen des 2-K-Modells erlauben eine Berechnung in Stundenschritten ohne aufwändige Speicherung der Vorgeschichte. Wandaufbauten werden mit allen Schichten in ihrer Wirksamkeit korrekt erfasst, so dass eine Bewertung der Bauweise möglich ist.
Alle bisherigen Schwachpunkte im Verfahren nach VDI 2078 mit Gewichtsfunktionen und Typräumen - wie z.B. die Beschränkung auf adiabate Innenwände mit stationärer Berücksichtigung anderer Nachbarraumtemperaturen, Vernachlässigung des konkreten Wandaufbaus, Anpassung der Gewichtsfaktoren für Typräume mittels der Denormierung über Fläche und U-Koeffizient, ungenaue Zuordnung zu den Typräumen etc. - werden vermieden.
Die Berechnung von Räumen mit Kühldecken, Flächenheizung oder Bauteilkühlung kann mit der erforderlichen Genauigkeit durchgeführt werden.
Das Verfahren ist so aufgebaut, dass mit den im Testreferenzjahr zur Verfügung stehenden meteorologischen Daten - wie in VDI 6020 beschrieben - eine Jahresberechnung des Energiebedarfs und der Raumtemperaturen für alle Lastfälle (Heizung und Kühlung) möglich ist. Dies gilt auch für die Berechnung von Raumtemperaturen für Gebäude ohne RLT – Anlagen.
Will man in besonderen Fällen weitergehende Einflüsse berücksichtigen – wie z.B. die differenzierte Kopplung mehrerer Räume mit stark abweichenden Randbedingungen – so ist dies mit dem Verfahren der Maschenstromanalyse bei Erhöhung der Anzahl der Kapazitäten möglich. Dies kann jedoch mit Rücksicht auf den erforderlichen Aufwand nicht Gegenstand eines Standardrechenverfahrens sein.
Ebenso ist es möglich, wie mit dem n-K-Modell gezeigt wird, die Genauigkeit in besonders schwierigen Fällen zu erhöhen, ohne die Berechnungsgrundlagen zu verlassen. Auch dies sollte Simulationsprogrammen vorbehalten sein.
Es ist sicherlich von Vorteil, wenn mit einem relativ einfachen, verständlichen und nachvollziehbaren Verfahren in fast allen Fällen Ergebnisse erreicht werden, die sonst nur mit Simulationsprogrammen unter Einsatz eines erheblichen mathematischen Aufwandes erzielbar sind.

Literaturverzeichnis

[1] *Rouvel, L.*: Berechnung des wärmetechnischen Verhaltens von Räumen bei dynamischen Wärmelasten
Brennstoff-Wärme-Kraft 24 (1972), Nr. 6, S. 245/262.

[2] *Rouvel, L., u. F. Zimmermann*: Ein regelungstechnisches Modell zur Beschreibung des thermisch dynamischen Raumverhaltens, Teil 1 und 2,
Heizung-Lüftung-Haustechnik 48 (1997) Nr. 10 und 12

[3] *Rouvel, L., u. F. Zimmermann*: Ein regelungstechnisches Modell zur Beschreibung des thermisch dynamischen Raumverhaltens, Teil 3,
Heizung-Lüftung-Haustechnik 49 (1998) Nr. 1

[4] *MicroSim*: Design Center mit Pspice Version 7.1, October 1996.

[5] Typräume der neuen VDI 2078 im Internet unter
www.zimmermann-becker.de

siehe auch: VDI 2078 Juni 2015
Berechnung der thermischen Lasten und Raumtemperaturen
(Auslegung Kühllast und Jahressimulation)

[6] *Rouvel, L.*: Raumkonditionierung - Wege zum energetisch optimierten Gebäude
Springer Verlag Berlin Heidelberg New York 1978

[8] *Boeke, W. u. L. Wall*: Radiative Exchange Factors in Rectangular Spaces fort the determination of Mean Radiant Temperatures, B.S.E., March 1976, Volume 43

[9] *Seem, John Ervin:* Modeling of Heat Transfer in Buildings,
Dissertation, University of Wisconsin-Madison, 1987

[10] Testreferenzjahre – Meteorologische Grundlagen für Simulationen von Heiz- und Raumlufttechnischen Anlagen
Bundesministerium für Forschung und Technologie, Förderkennzeichen 03 E – 5280 A; veröffentlicht in BINE Nr. 1/Oktober 1991

[11] *Nehring, G,:* Über den Wärmefluss durch Außenwände und Dächer in klimatisierte Räume infolge der periodischen Tagesgänge der bestimmenden meteorologischen Elemente.
Gesundheitsingenieur 83 (1962), H. 7 S. 185/189, H. 8 S. 230/242, H. 9 S. 253/269

[12] *Mackey, CO. u. Wright, LT.:* Periodic heat flow -homogenous walls or roofs, ASHVE Transaction Vol. 50, New York 1944

[13] *Rouvel, L.*: Raumkonditionierung, Wege zum energetisch optimierten Gebäude. Schriftenreihe der Forschungsstelle für Energiewirtschaft Band 12. Springer Verlag 1978

[14] *Zimmermann, F.*: Energetische Optimierung von Gebäuden und Anlagen mit Hilfe von Simulationsprogrammen. Fortschrittberichte VDI – Verlag Reihe 19, Wärmetechnik/Kältetechnik, Nr. 61

[15] *Christoffer, J.*; *Deutschländer, T.*; *Webs, M.*: Testreferenzjahre von Deutschland für mittlere und extreme Witterungsverhält-nisse TRY. Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes Offen-bach a. Main, 2004

Die VDI-Richtlinie VDI 6007-1 vom Juli 2015
Berechnung des instationären thermischen Verhaltens von Räumen und Gebäude – Raummodell
entspricht dem vorstehenden Manuskript mit Stand Juli 2014

Das 2-Kapazitäten-Modell der VDI 6007-1 ist nach VDI 6020 validiert (siehe hierzu VDI 2078)

Das 2-Kapazitäten-Modell von *GEBSIMU* ist ebenfalls nach VDI 6020 validiert (*GEBSIMU*-2KM ist Testprogramm 1 der VDI 2078)

VDI 2078:	**Berechnung der thermischen Lasten und Raumtemperaturen (Auslegung Kühlung und Jahressimulation)**
VDI 6020:	**Anforderungen an thermisch energetische Rechenverfahren zur Gebäude- und Anlagensimulation**

veröffentlicht in der HLH:

Rouvel, L. Berechnung des instationären thermischen Gebäudeverhaltens
Zimmermann F. Teil 1: HLH Bd. 55 (2004) Nr. 3 - März S. 39/46
Teil 2: HLH Bd. 55 (2004) Nr. 4 - April S. 24/30

Anm.: Veröffentlichung entspricht dem Manuskriptstand 2004
(die hellgrau hinterlegten Bereiche sind zwischenzeitlich ergänzt bzw. angepasst worden)

Differenzierte Berücksichtigung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen beim 2-Kapazitäten-Modell

L. Rouvel

Stand: März 2015

Bei Flächenheiz- und Kühlsystemen ist bezüglich des Einbauortes in ein Bauteil des Raumes grundsätzlich nach 2 Arten zu unterscheiden:

- Das System ist an oder nahe der Oberfläche zum Raum installiert.
- Das System ist als thermische Bauteilaktivierung (auch Betonkernaktivierung genannt) im Kern des Bauteils eingebaut.

Die beiden Arten unterscheiden sich deutlich in der maximal verfügbaren Leistung je m² aktiver Fläche, was bei den Vorgaben zu einer thermischen Raumsimulation beachtet werden muss.
Die Berechnungsalgorithmen nach dem Ersatzschaltbild für das 2-K-Modell entsprechend Bild 15 sind für Systeme an oder nahe der Oberfläche zum Raum geeignet.
Bei Systemen der „Bauteilaktivierung“ stößt man an die Grenzen der Genauigkeitsanforderungen nach VDI 6020, insbesondere wenn das System zur Bauteilaktivierung in eine Betondecke mit einer darunterliegenden abgehängten Schallschutzdecke eingebaut ist. Der Betonkern ist daher wärmetechnisch abgedeckt und die thermische Bauteilaktivierung nahezu wirkungslos.

Um auch solche Fälle von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen mit den geforderten Genauigkeitsanforderungen der VDI 6020 und VDI 2078 sicher berechnen zu können, lässt sich das Ersatzschaltbild für das 2-K-Modell nach Bild 15 (entsprechend VDI 6007-1) erweitern, siehe **Bild 17**.

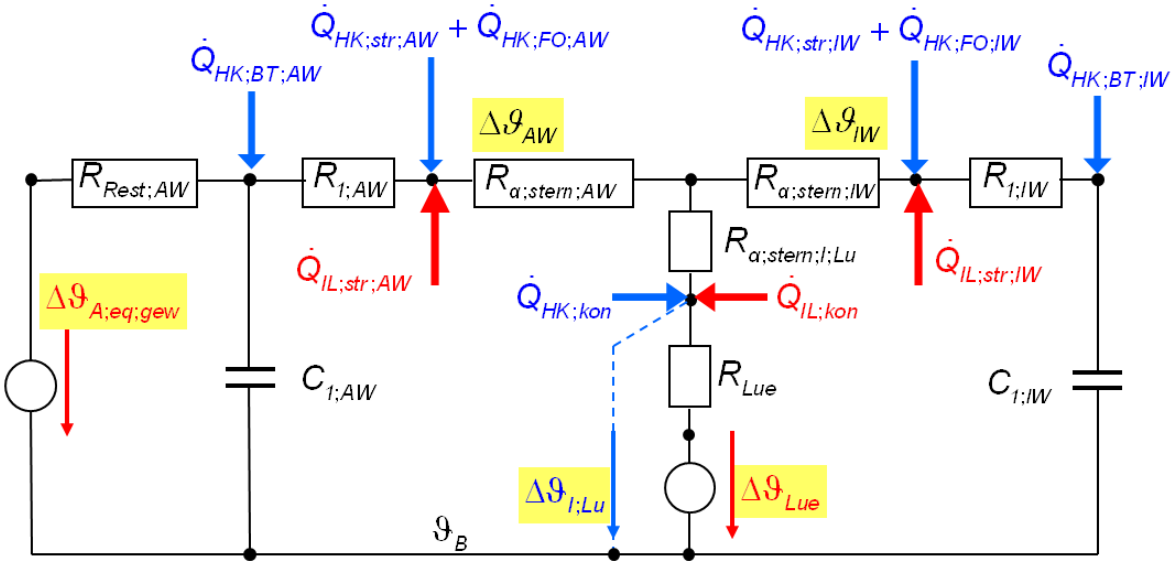


Bild 17: Eweitertes Ersatzschaltbild für das 2-K-Modell mit differenzierter Berücksichtigung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen

Die Aufteilung der Heiz- und Kühllast (gesamt) $\dot{Q}_{HK\,;\,ges}$ nach Gl. (60) bis (65) muss daher differenziert werden zu:

$$\dot{Q}_{HK;kon} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{Q;HK;kon} \tag{60a}$$

$$\dot{Q}_{HK;str;IW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str} \cdot \frac{A_{Raum} - A_{AW}}{A_{Raum}} \tag{61a}$$

$$\dot{Q}_{HK;str;AW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str} \cdot \frac{A_{AW}}{A_{Raum}} \tag{62a}$$

$$\dot{Q}_{HK;FO;IW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,FO;\,IW} \tag{63a}$$

$$\dot{Q}_{HK;BT;IW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,BT;\,IW} \tag{63b}$$

$$\dot{Q}_{HK;FO;AW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,FO;\,AW} \tag{64a}$$

$$\dot{Q}_{HK;BT;AW} = \dot{Q}_{HK;ges} \cdot Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,BT;\,AW} \tag{64b}$$

$$\begin{aligned} Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,kon} &+ Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str\,;\,IW} + Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,str\,;\,AW} \\ &+ Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,FO;\,IW} + Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,FO;\,AW} \\ &+ Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,BT;\,IW} + Anteil_{\dot{Q}\,;\,HK\,;\,BT;\,AW} = 1 \end{aligned} \tag{65a}$$

Die Aufteilung der Heiz- bzw. Kühllast auf die 7 Anteile ist stundenweise getrennt für Heiz- und Kühllast vorzunehmen.

Die „Konstanten“ für das Speicherverhalten der Innenwand *IW* nach Tabelle 1 und die der Außenwand *AW* nach Tabelle 2 sind um die Kennwerte nach **Tabelle 1a** und **Tabelle 2a** erweitert.

Tabelle 1a. Zusätzliche Konstanten für das Speicherverhalten der Innenwand *IW*

$$KO_{IW}\left[3;1\right] = 1 - \frac{(R_{\alpha;Stern;IW} + R_{1;IW}) \cdot C_{1;IW}}{3,6} \cdot \left(1 - E_{IW}\right) \tag{86a}$$

$$KO_{IW}\left[3;2\right] = E_{IW} \tag{86b}$$

$$KO_{IW}\left[3;3\right] = \frac{(R_{\alpha;Stern;IW} + R_{1;IW}) \cdot C_{1;IW}}{3,6} \cdot \left(1 - E_{IW}\right)^2 \tag{86c}$$

Tabelle 2a Zusätzliche Konstanten für das Speicherverhalten der Außenwand *AW*

$$KO_{AW}\left[4;1\right] = \frac{R_{Rest;AW}}{R_{Stern;AW}} \cdot \left[1 - \frac{1}{Z_{I;AW}} \cdot \left(1 - E_{I;AW}\right)\right] \tag{95a}$$

$$KO_{AW}\left[4;2\right] = E_{I;AW} \tag{95b}$$

$$KO_{AW}\left[4;3\right] = \frac{R_{Rest;AW}}{R_{Stern;AW} \cdot Z_{I;AW}} \cdot \left(1 - E_{I;AW}\right)^2 \tag{95c}$$

Außerdem sind die GL. (109), (118) (121) und (123)zu ergänzen:

$$\begin{aligned} F_2 = Anteil_{Q;HK;kon} \cdot F_1 &+ Anteil_{Q;HK;str;AW} \cdot KO_{AW}\left[1;1\right] \\ &+ Anteil_{Q;HK;FO;AW} \cdot KO_{AW}\left[1;1\right] \\ &+ Anteil_{Q;HK;BT;AW} \cdot KO_{AW}\left[4;1\right] \\ &+ Anteil_{Q;HK;str;IW} \cdot KO_{IW}\left[1;1\right] \\ &+ Anteil_{Q;HK;FO;IW} \cdot KO_{IW}\left[1;1\right] \\ &+ Anteil_{Q;HK;BT;IW} \cdot KO_{IW}\left[3;1\right] \end{aligned} \tag{109a}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{IW;ges} = \dot{Q}_{IW}\left[1\right] &- \dot{Q}_{HK;str;IW} \cdot KO_{IW}\left[1;1\right] - \dot{Q}_{HK;FO;IW} \cdot KO_{IW}\left[1;1\right] \\ &- \dot{Q}_{HK;BT;IW} \cdot KO_{IW}\left[3;1\right] + \dot{Q}_{IW}\left[2\right] - \dot{Q}_{Stern;I;Lu} \cdot R_{\alpha;Stern;IL} \cdot KO_{IW}\left[2;1\right] \end{aligned} \tag{118a}$$

$$VO_{IW;Ende}[1] = VO_{IW;Anfang}[1] \cdot KO_{IW}[1;2] + KO_{IW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{IL;str;IW} + KO_{IW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{HK;str;IW} + KO_{IW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{HK;FO;IW} + KO_{IW}[3;3] \cdot \dot{Q}_{HK;BT;IW} \quad (121a)$$

$$VO_{AW;Ende}[1] = VO_{AW;Anfang}[1] \cdot KO_{AW}[1;2] + KO_{AW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{IL;str;AW} + KO_{AW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{HK;str;AW} + KO_{AW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{HK;FO;AW} + KO_{AW}[4;3] \cdot \dot{Q}_{HK;BT;AW} \quad (123a)$$

Anmerkung: Bei der Berechnung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen ist die Vorgabe und Berücksichtigung der verfügbaren Heiz- bzw. Kühlleistung je 10K Temperaturdifferenz zwischen der sich einstellenden Raumtemperatur und der (wirksamen) Systemtemperatur erforderlich.

Validierung des erweiterten 2-Kapazitäten-Modells mit differenzierter Berücksichtigung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen entsprechend den Vorgaben der VDI 6020 und VDI 2078

Zur Validierung der beiden Versionen des 2-Kapazitäten-Modells für den Fall unterschiedlicher Flächenheiz- und Flächenkühlsysteme eignet sich als Basisfall das **Testbeispiel 3.1** und **Testbeispiel 14** der VDI 2078 (identisch auch in VDI 6020 enthalten).

Testbeispiel 3.1:
Kühlung des Raums mittels einer Kühldecke (keine mechanische Lüftung).
Das Kühlsystem ist an bzw. nahe der Oberfläche zum Raum installiert
• Grundluftwechsel (personenbedingt) durch Fensteröffnen/Fensterkippen.
• Kein zusätzlicher Fensterluftwechsel, wenn es im Raum zu warm wird.

Berechnung der erforderlichen Kühllast sowie Tagesgang von Raumluft- und operativer Temperatur bei begrenzter Leistung.
Begrenzung der installierten Kühlfläche so, dass die Raumlufttemperatur den Wert von mal 26 °C nicht überschreitet.
Verfügbare spez. Kühlleistung: 100 W/m² bezogen auf 10 K Temperaturdifferenz zwischen Raumluft und mittlerer Systemtemperatur
Tägliche Betriebsdauer der Kühlung 12 h

Es sind 4 Vatianten vorgegeben:
Raum-Typ M: abgehängte Decke mit Schalldämmung von 20 mm
Raum-Typ S: geputzte Betondecke
Außenklima von Hamburg
Außenklima von Mannheim

Die Randbedingungen der 4 Varianten des Testbeispiels 3.1 bieten sich auch für die Validierung der beiden 2-Kapazitäten-Modelle für den Fall der thermischen Bauteilaktivierung (Betonkernaktivierung) an.

Testbeispiel 3.3:
Wie Testbeispiel 3.1, jedoch:
Das Kühlsystem ist im Betonkern eingebaut.
Dadurch verringert sich die spez. verfügbare Kühlleistung auf:

Raum-Typ M:	11,4 W/m²	bezogen auf 10 K
Raum-Typ S:	56 W/m²	bezogen auf 10 K

Der Deckenaufbau des Raum-Typs M eignet sich zwar in der Praxis nicht für eine thermische Bauteilaktivierung, ist aber als „Exot“ interessant für die Validierung.

Die Deckenfläche vom Raum-Typ M reicht auf Grund der sehr geringen verfügbaren Kühlleistung nicht aus, um die Raumlufttemperatur auf max. 26°C zu begrenzen (bei Betriebszeit von 12 H/d). Entsprechendes gilt auch für den Raum Typ S für den Standort Mannheim. Daher wird ein weiteres Testbeispiel 3.4 berücksichtigt.

Testbeispiel 3.4:
Wie Testbeispiel 3.3, jedoch:
Betriebszeit des Kühlsystems bis auf 24 h/d verlängert.
Raum-Typ M: 24 h/d
Raum-Typ S: 13 bis 15 h/d

Anm: Das Testbeispiel Nr. 3.2 ist bereits in VDI 2078 und VDI 6020 für den Test mit einer Lüftungsanlage belegt. Daher wird diese Nr. hier nicht benutzt.

Testbeispiel 14:
Kühlung des Raums mittels einer Kühldecke (keine mechanische Lüftung).
Das Kühlsystem ist an bzw. nahe der Oberfläche zum Raum installiert
• Grundluftwechsel (personenbedingt) durch Fensteröffnen/Fensterkippen.
• Kein zusätzlicher Fensterluftwechsel, wenn es im Raum zu warm wird.

Berechnung der erforderlichen Kühllast sowie Tagesgang von Raumluft- und operativer Temperatur bei begrenzter Leistung.
Begrenzung der installierten Kühlfläche so, dass die Raumlufttemperatur den Wert von mal 26 °C nicht überschreitet.
Verfügbare spez. Kühlleistung: 100 W/m² bezogen auf 10 K Temperaturdifferenz zwischen Raumluft und mittlerer Systemtemperatur
Tägliche Betriebsdauer der Kühlung 12 h

Die Raumdecke (Zwischengeschoß) ist eine Betondecke ohne Schallschutzmaßnahmen auf der Unterseite.
Als Außenklima ist das Testreferenzjahr TRY5 Würzburg (DWD 1985) vorgegeben.

Die Randbedingungen des Testbeispiels 14 bieten sich auch für die Validierung der beiden 2-Kapazitäten-Modelle für den Fall der thermischen Bauteilaktivierung (Betonkernaktivierung) an.

Testbeispiel 14.1:
Wie Testbeispiel 14, jedoch:
Das Kühlsystem ist im Betonkern eingebaut.
Dadurch verringert sich die spez. verfügbare Kühlleistung auf:
Typraum S: 73 W/m² bezogen auf 10 K

Für die Validierung nach VDI 6020 gelten folgende Grenzbedingungen für die Abweichungen:

- Mittelwert für Lufttemperatur, operative Temperatur: ± 1,0 °C
- Mittelwert für Heizlast, Kühllast: ± 50 W
- Standardabweichung für Lufttemperatur, operative Temperatur: ± 1,5 °C
- Standardabweichung für Heizlast, Kühllast: ± 60 W

In **Tabelle 3** ist der Ergebnisvergleich für die Testbeispiele 3.1, 3.3 und 3.4 sowie 14 und 14.1 nach den Vorgaben der VDI 6020 vorgenommen.
Als Referenzergebnisse sind entsprechend den Vorgaben der VDI 6020 die Berechnungsergebnisse mit dem n-Kapazitäten-Modell (nach ***GEBSIMU***) eingegangen.

Nach Tabelle 3 erfüllt das erweiterte 2-Kapazitäten-Modell (nach *GEBSIMU*) für alle betrachteten Testfälle eines Flächenkühlsystems die Bedingungen der Validierung nach VDI 6020 und VDI 2078.

Für die Testbeispiele 3.1 und 14 gibt es keine Unterschiede, da beide 2-K-Modelle hierfür nach dem gleichen Algorithmus rechnen.

Beim Testbeispiel 3.3 und 3.4 sowie 14.1 sind die Ergebnisse mit dem differenzierteren 2-Kapazitäten-Modell nach Bild 17 (entsprechend ***GEBSIMU***) genauer als die Ergebnisse des 2-Kapazitäten-Modells nach Bild 15 VDI 6007-1).

Beim 2-Kapazitäten-Modell nach VDI 6007-1gibt es für den Testfall 3.4 (Variante Raum Typ S, Außenklima Mannheim) eine Überschreitung der Validierungsgrenzen. Ursache ist die rechnerisch unterschiedliche erforderliche Betriebszeit für die Kühlung abhängig vom Berechnungsmodell zur Einhaltung der vorgegebenen Testbedingungen.
Wie Bild 19 unten zeigt, sind die Unterschiede während der Nutzungszeit jedoch unerheblich.

Das Kapitel „

Differenzierte Berücksichtigung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen beim 2-Kapazitäten-Modell“

des vorstehenden Manuskripts mit Stand März 2015

ist im Juni 2016 als

Anhang C1

in die

VDI-Richtlinie VDI 6007-1

Berechnung des instationären thermischen Verhaltens von Räumen und Gebäude – Raummodell

aufgenommen worden.

Tabelle 3: Validierung der beiden 2-Kapazitäten-Modelle für Systeme mit Flächenheizung / -kühlung

Testbeispiele 3.1, 3.3, 3.4, 14 und 14.1 : Validierung entsprechend den Vorgaben der VDI 6020

Auswertung der Ergebnisse nach dem 2-K-Modell der VDI 6007-1 und nach dem erweiterten 2-K-Modell nach *GEBSIMU* im Vergleich zu den Referenzverfahren nach VDI 6020 (n-K-Modell nach *GEBSIMU*)

	Vergleich 2-K-Modell nach VDI 6007-1 zu VDI 6020			Vergleich 2-K-Modell nach *GEBSIMU* zu VDI 6020		
	RAUM-LUFTTEMP. °C	OPERAT. TEMP. °C	HEIZLAST KUEHLLAST Watt	RAUM-LUFTTEMP. °C	OPERAT. TEMP. °C	HEIZLAST KUEHLLAST Watt
Tesstbeispiel 3.1 - M HH CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,23	-0,23	-40,7	-0,23	-0,23	-40,7
Standardabweichung der Abweichung	0,30	0,32	53,5	0,30	0,32	53,5
Tesstbeispiel 3.1 - S HH CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,01	0,00	-4,8	-0,01	0,00	-4,8
Standardabweichung der Abweichung	0,10	0,10	13,3	0,10	0,10	13,3
Tesstbeispiel 3.3 - M HH CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,11	-0,12	1,4	0,10	0,10	-3,6
Standardabweichung der Abweichung	0,27	0,26	6,2	0,35	0,35	6,7
Tesstbeispiel 3.3 - S HH CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	0,20	0,19	29,3	0,08	0,08	4,2
Standardabweichung der Abweichung	0,27	0,26	53,2	0,12	0,11	22,5
Tesstbeispiel 3.4 - M HH CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,41	-0,41	9,4	-0,01	-0,01	0,9
Standardabweichung der Abweichung	0,34	0,34	12,4	0,35	0,34	12,3
Tesstbeispiel 3.1 - M MA CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,17	-0,17	-35,4	-0,17	-0,17	-35,4
Standardabweichung der Abweichung	0,31	0,31	51,5	0,31	0,31	51,5
Tesstbeispiel 3.1 - S MA CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,04	-0,03	-6,5	-0,04	-0,03	-6,5
Standardabweichung der Abweichung	0,11	0,11	13,0	0,11	0,11	13,0
Tesstbeispiel 3.3 - M MA CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,18	-0,18	3,3	0,12	0,13	-3,6
Standardabweichung der Abweichung	0,31	0,31	6,2	0,38	0,36	6,4
Tesstbeispiel 3.3 - S MA CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,04	-0,04	19,4	-0,01	-0,01	1,3
Standardabweichung der Abweichung	0,38	0,36	24,5	0,10	0,10	7,8
Tesstbeispiel 3.4 - M MA CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,65	-0,66	13,7	-0,09	-0,09	-8,5
Standardabweichung der Abweichung	0,37	0,36	7,7	0,37	0,36	9,0
Tesstbeispiel 3.4 - S MA CDD						
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	0,12	0,11	47,1	-0,03	-0,03	0,0
Standardabweichung der Abweichung	0,42	0,40	150,4	0,10	0,10	17,5
Tesstbeispiel 14 TRY						
gemeinsame Auswertung1.1. bis 31.12.:						
Mittelwert der Abweichung	0,06	0,06	-0,1	0,06	0,06	-0,1
Standardabweichung der Abweichung	0,10	0,11	20,5	0,10	0,11	20,5
Tesstbeispiel 14.1 TRY						
gemeinsame Auswertung1.1. bis 31.12.:						
Mittelwert der Abweichung	0,10	0,10	0,5	0,05	0,05	-0,1
Standardabweichung der Abweichung	0,18	0,18	42,1	0,09	0,10	30,8
	Vergleich 2-K-Modell nach VDI 6007-1 zu VDI 6020			Vergleich 2-K-Modell nach *GEBSIMU* zu VDI 6020		
	RAUM-LUFTTEMP. °C	OPERAT. TEMP. °C	HEIZLAST KUEHLLAST Watt	RAUM-LUFTTEMP. °C	OPERAT. TEMP. °C	HEIZLAST KUEHLLAST Watt
	Tesstbeispiele 3.3, 3.4 und 14.1 Maximum aller Varianten			Tesstbeispiele 3.3, 3.4 und 14.1 Maximum aller Varianten		
gemeinsame Auswertung April bis Sept						
Mittelwert (Absolutwert) der Abweichung	0,65	0,66	47,1	0,12	0,13	8,5
Standardabweichung der Abweichung	0,42	0,40	150,4	0,38	0,36	30,8
	Validierungs-Grenzbedingung			Validierungs-Grenzbedingung		
Mittelwert (Absolutwert) der Abweichung	< 1,00	< 1,00	< 50,0	< 1,00	< 1,00	< 50,0
Standardabweichung der Abweichung	< 1,50	< 1,50	< 60,0	< 1,50	< 1,50	< 60,0

Anhang: Vergleich der Berechnungsergebnisse

In den **Bildern 18 bis 22** ist ein grafischer Vergleich der Berechnungsergebnisse für die Testbeispiele 3.1, 3.3 und 3.4 sowie 14 und 14.1 vorgenommen.

Für die Testbeispiele 3.1 bis 3.4 ist für den Cooling Design Day (CDD) im Juli und für die Testbeispiele 14 und 14.1 ist für den 02. September im TRY jeweils der Tagesgang von

- Raumlufttemperatur und
- Kühllast

dargestellt.

Die einzelnen Bilder unterscheiden sich in:

Bild 18:	Raum-Typ M	CDD Außenklima von Mannheim
Bild 19:	Raum-Typ S	CDD Außenklima von Mannheim
Bild 20:	Raum-Typ M	CDD Außenklima von Hamburg
Bild 21:	Raum-Typ S	CDD Außenklima von Hamburg
Bild 22:	Typraum S	TRY5 Würzburg

Die Abkürzungen in der Legende bedeuten:

nKM:	Referenzverfahren nach VDI 6020 n-Kapazitäten-Modell (nach ***GEBSIMU***)
2-KM-A:	2-Kapazitäten-Modell nach VDI 6007-1
2KM-B:	2-Kapazitäten-Modell mit differenzierter Berücksichtigung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen (nach ***GEBSIMU*** **)**

Testbeispiel 3.1:	Deckenkühlsystem an oder nahe der Oberfläche zum Raum installiert (Betriebszeit 12 h je Tag)
Testbeispiel 3.3:	Deckenkühlsystem im Betonkern eingebaut – thermische Bauteilaktivierung (Betriebszeit 12 h je Tag)
Testbeispiel 3.4:	Deckenkühlsystem im Betonkern eingebaut – thermische Bauteilaktivierung (Betriebszeit verlängert – bis 24 h je Tag)
Testbeispiel 14:	Deckenkühlsystem an oder nahe der Oberfläche zum Raum installiert (Betriebszeit 12 h je Tag)
Testbeispiel 14.1:	Deckenkühlsystem im Betonkern eingebaut – thermische Bauteilaktivierung (Betriebszeit 12 h je Tag)

Aufbau der Raumdecke (Flachdach) für Testbeispiele 3.1 bis 3.4:

Raum-Typ M:	Metalldecke	0,001 m
	Schalldämmung	0,020 m
	Luftraum	0,300 m
	Stahlbeton	0,200 m
	Schaumglas	0,095 m
	Dachbahnen	0,005 m
	Kies	0,200 m

Raum-Typ S:	Putz	0,015 m
	Stahlbeton	0,240 m
	Schaumglas	0,120 m
	Dachbahnen	0,005 m
	Kies	0,200 m

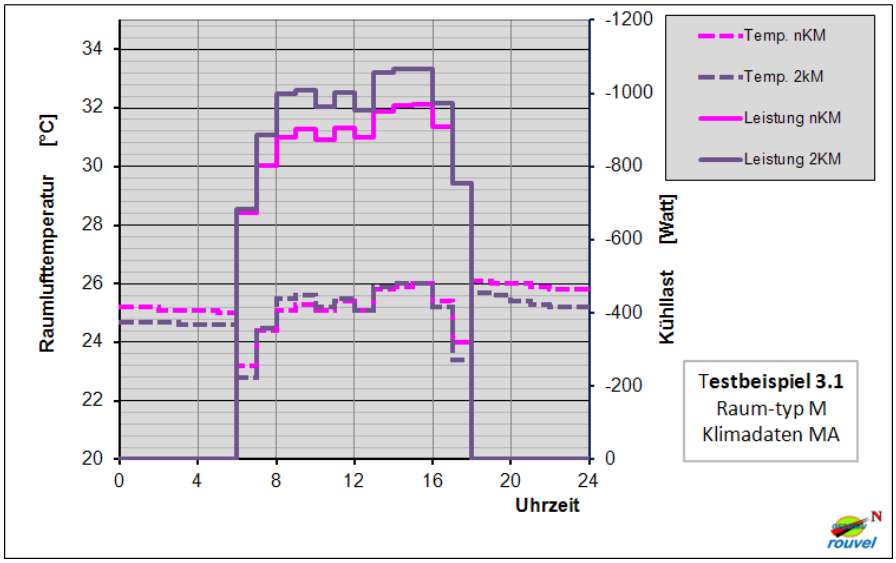
Aufbau der Raumdecke (Zwischengeschoß) für Testbeispiele 14 und 14.1:

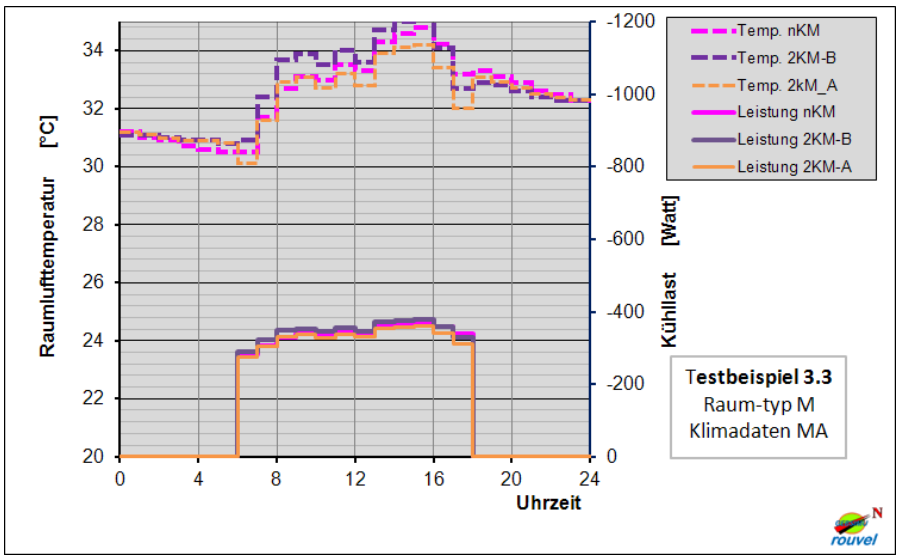
Typraum S:	Beton 2400	0,150 m
	Steinwolle	0,015 m
	Estrich	0,045 m
	PVC-Belag	0,002 m

Die Kenndaten für das Kühldeckensystem bei den Testbeispielen abhängig vom Berechnungsmodell sind in **Tabelle 4** zusammengestellt.

Tabelle 4: Überblick über die Kenndaten für das Kühldeckensystem bei den Testbeispielen abhängig vom Berechnungsmodell

Test-Berechnung	Raum Typ	Außen-klima	Berechnungs-modell	spez. Kühlleistung	verfügbare Kühlleistung	aktive Kühlfläche	Betriebs-stunden
				W/m² je 10K	W je 10K	m²	h/d
3.1	M	MA CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	100	1.080	10,80	12
			2KM (**VDI6007-1**)	100	1.180	11,80	12
			2KM (*GEBSIMU*)	100	1.180	11,80	12
3.3	M	MA CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	12
			2KM (**VDI6007-1**)	11,4	209	18,75	12
			2KM (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	12
3.4	M	MA CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	24
			2KM (**VDI6007-1**)	11,4	209	18,75	24
			2KM (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	24
3.1	S	MA CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	100	1.100	11,00	12
			2KM (**VDI6007-1**)	100	1.110	11,10	12
			2KM (*GEBSIMU*)	100	1.110	11,10	12
3.3	S	MA CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	56	1.050	18,75	12
			2KM (**VDI6007-1**)	56	1.050	18,75	12
			2KM (*GEBSIMU*)	56	1.050	18,75	12
3.4	S	MA CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	56	1.050	18,75	15
			2KM (**VDI6007-1**)	56	1.050	18,75	13
			2KM (*GEBSIMU*)	56	1.050	18,75	15
3.1	M	HH CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	100	680	6,80	12
			2KM (**VDI6007-1**)	100	810	8,10	12
			2KM (*GEBSIMU*)	100	810	8,10	12
3.3	M	HH CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	12
			2KM (**VDI6007-1**)	11,4	209	18,75	12
			2KM (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	12
3.4	M	HH CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	24
			2KM (**VDI6007-1**)	11,4	209	18,75	24
			2KM (*GEBSIMU*)	11,4	209	18,75	24
3.1	S	HH CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	100	650	6,50	12
			2KM (**VDI6007-1**)	100	660	6,60	12
			2KM (*GEBSIMU*)	100	660	6,60	12
3.3	S	HH CDD	**nKM** (*GEBSIMU*)	56	745	13,30	12
			2KM (**VDI6007-1**)	56	645	11,50	12
			2KM (*GEBSIMU*)	56	720	12,90	12
14	Typraum M	TRY5	**nKM** (*GEBSIMU*)	100	1.150	11,50	12
			2KM (**VDI6007-1**)	100	1.150	11,50	12
			2KM (*GEBSIMU*)	100	1.150	11,50	12
14.1	Typraum M	TRY5	**nKM** (*GEBSIMU*)	73	1.168	16,00	12
			2KM (**VDI6007-1**)	73	1.168	16,00	12
			2KM (*GEBSIMU*)	73	1.168	16,00	12





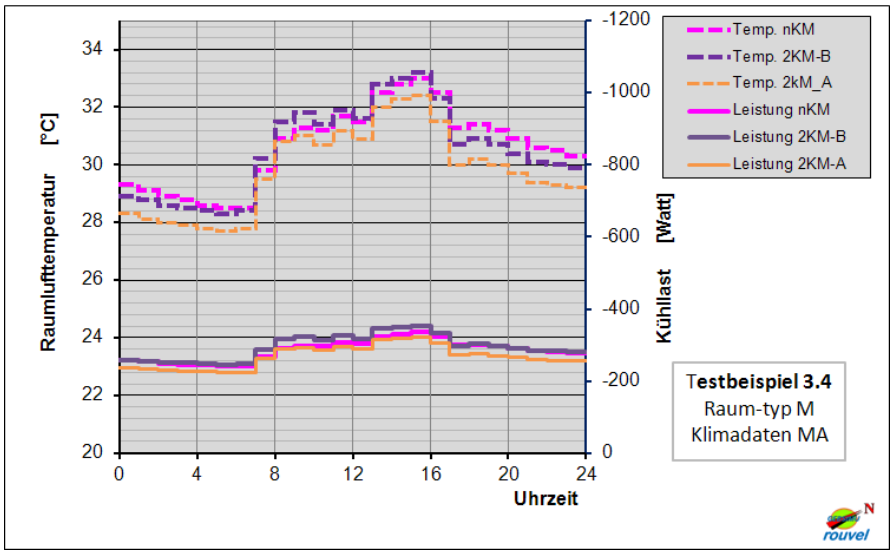
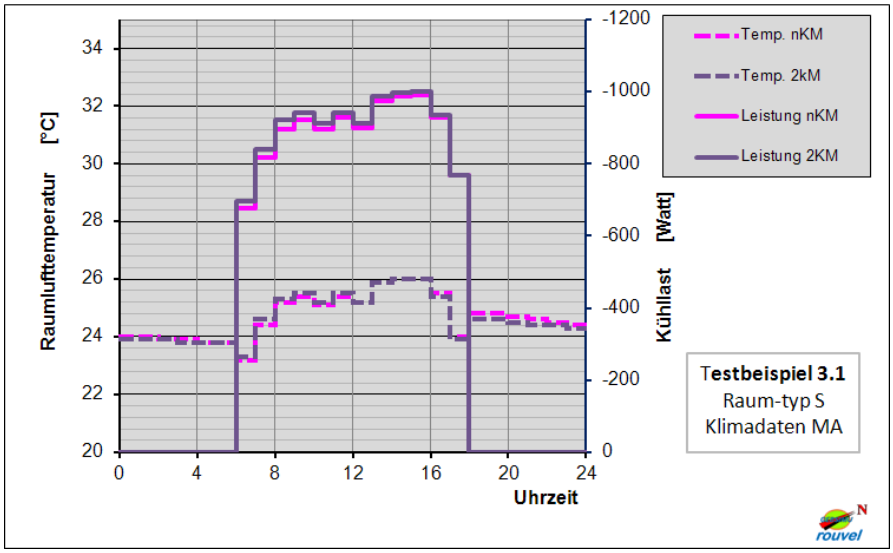
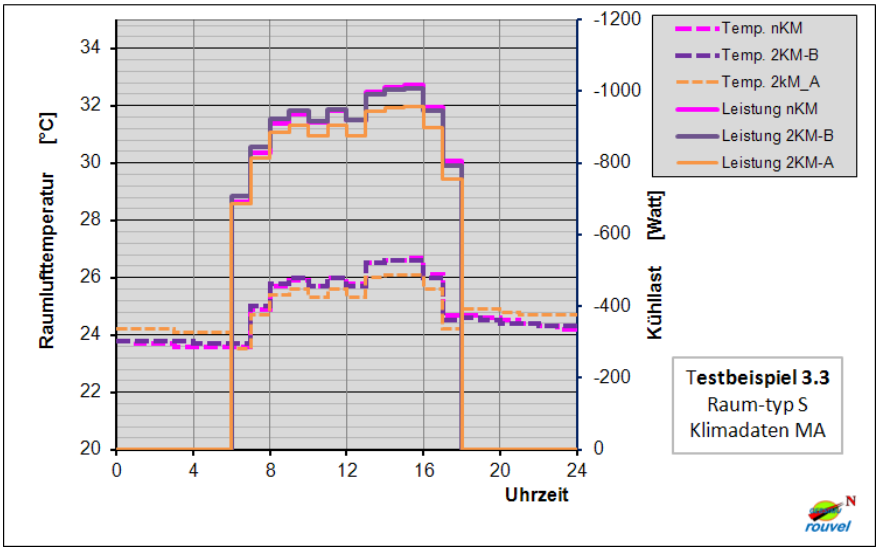


Bild 18: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ M Außenklima Mannheim





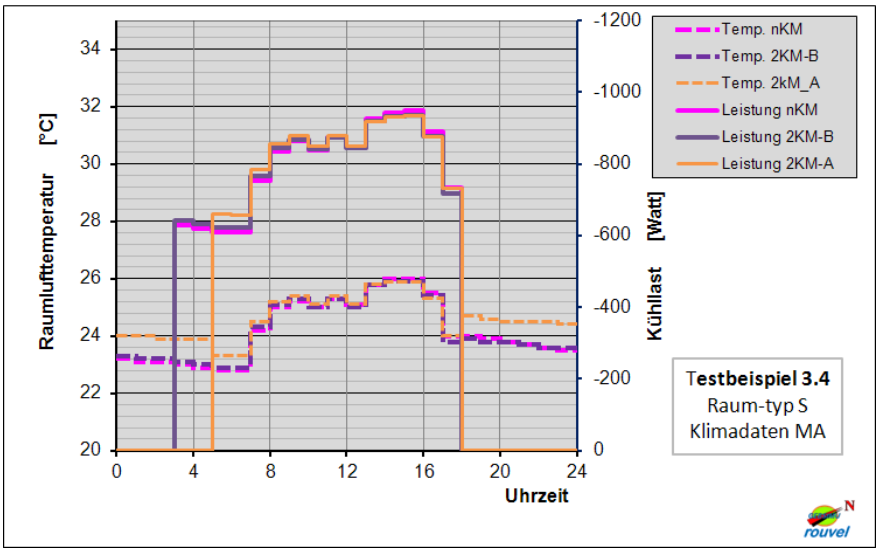
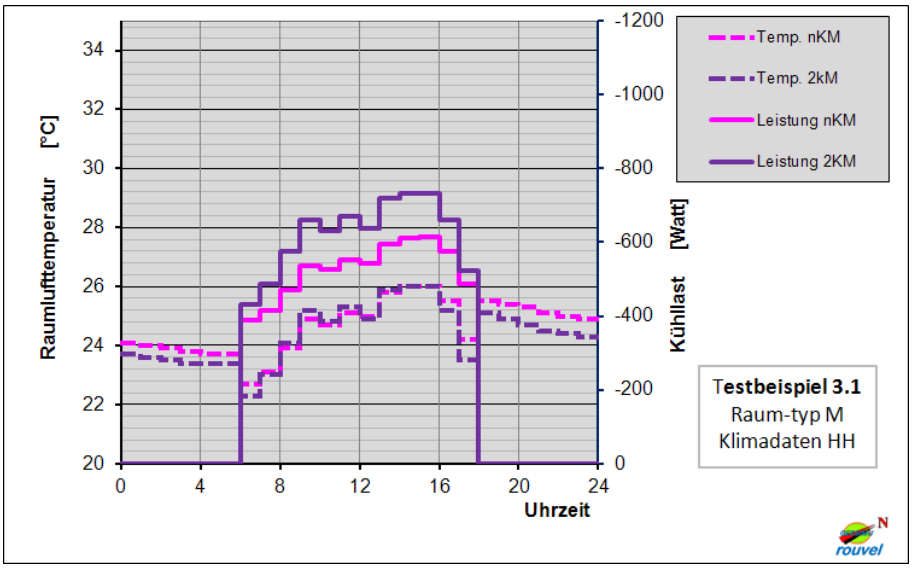
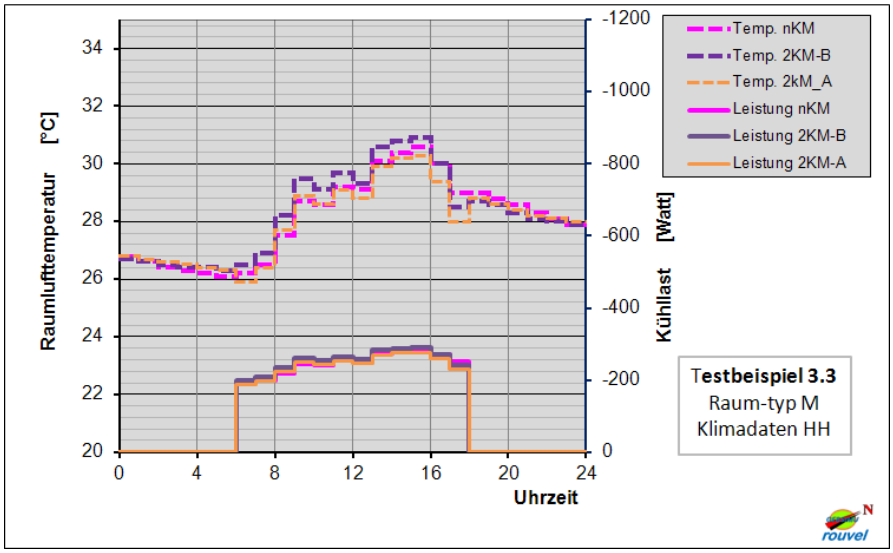


Bild 19: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ S Außenklima Mannheim





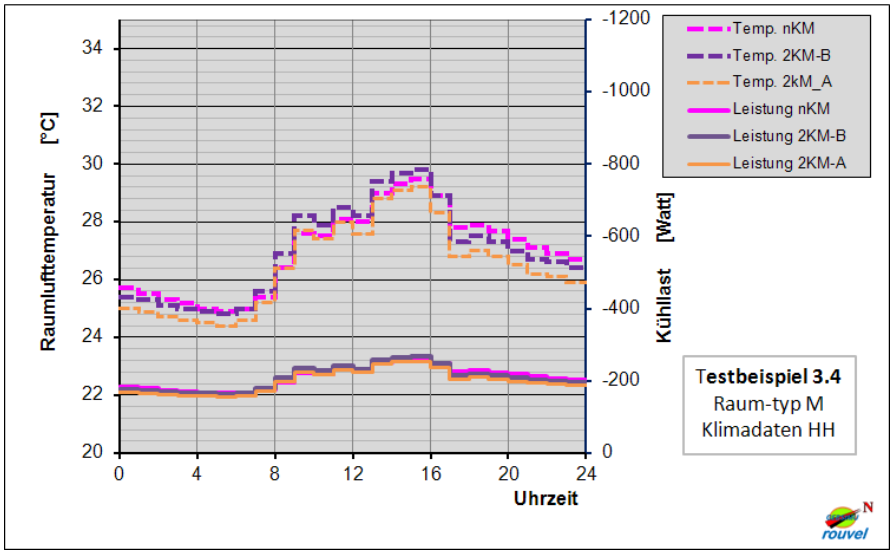
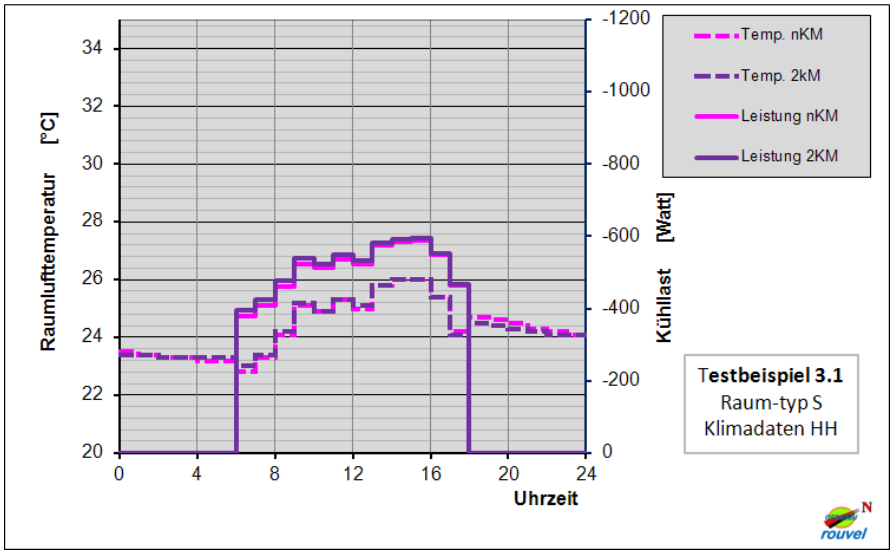


Bild 20: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ M Außenklima Hamburg



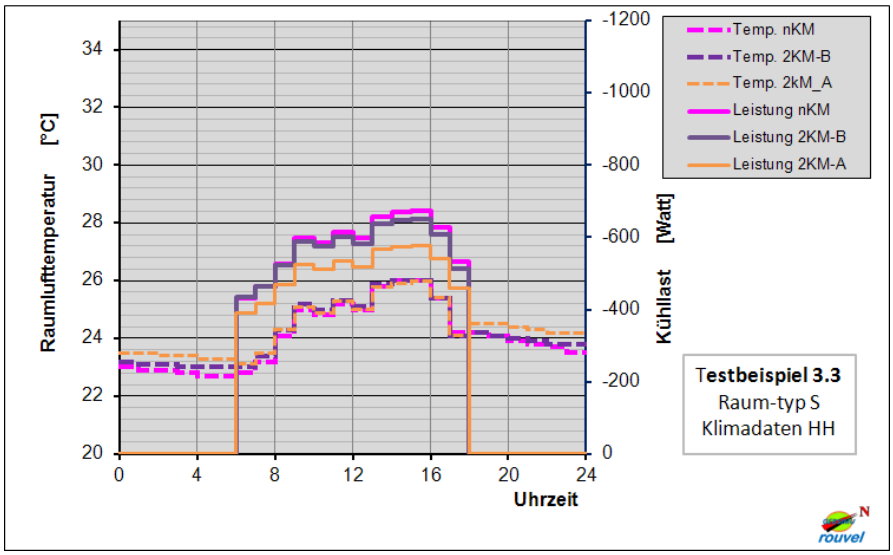
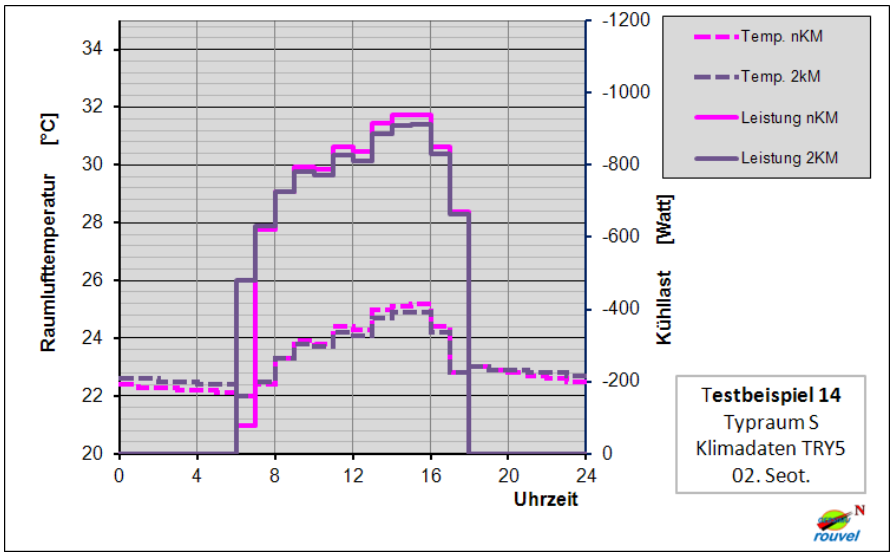


Bild 21: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ S Außenklima Hamburg



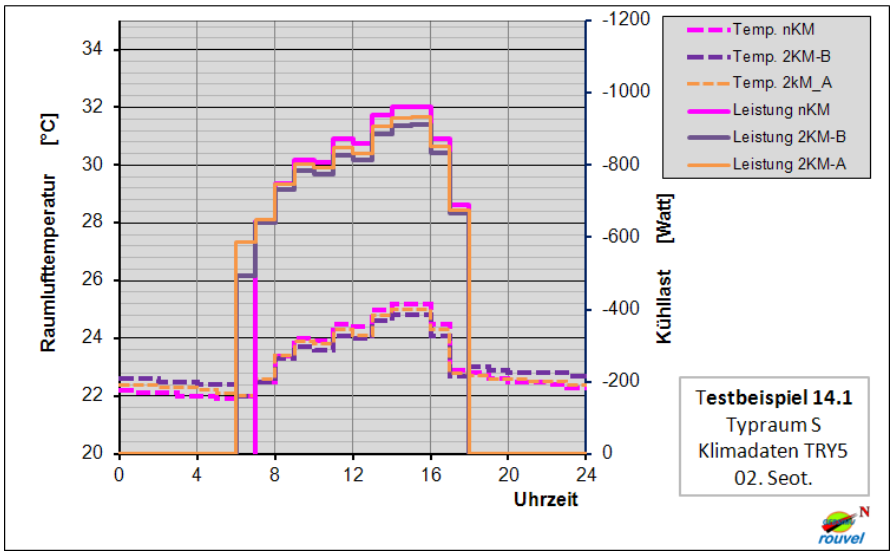
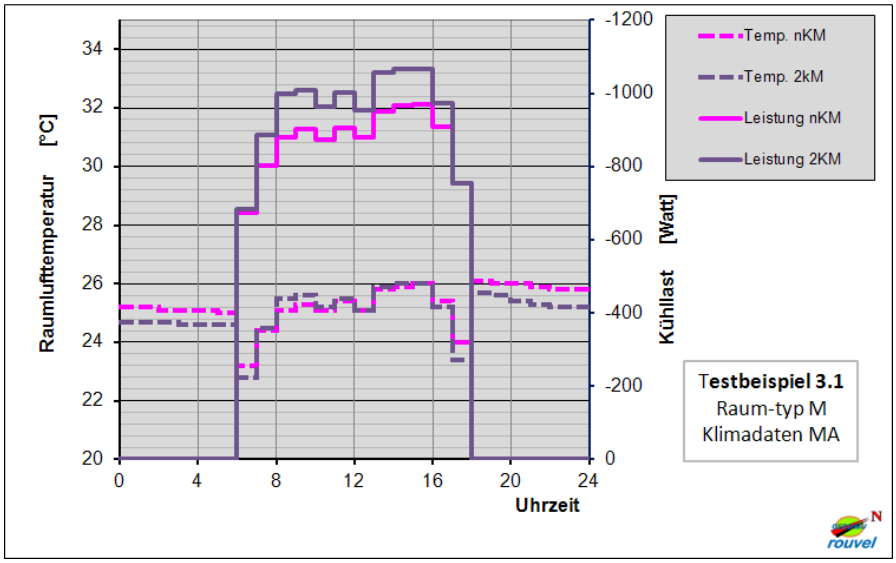
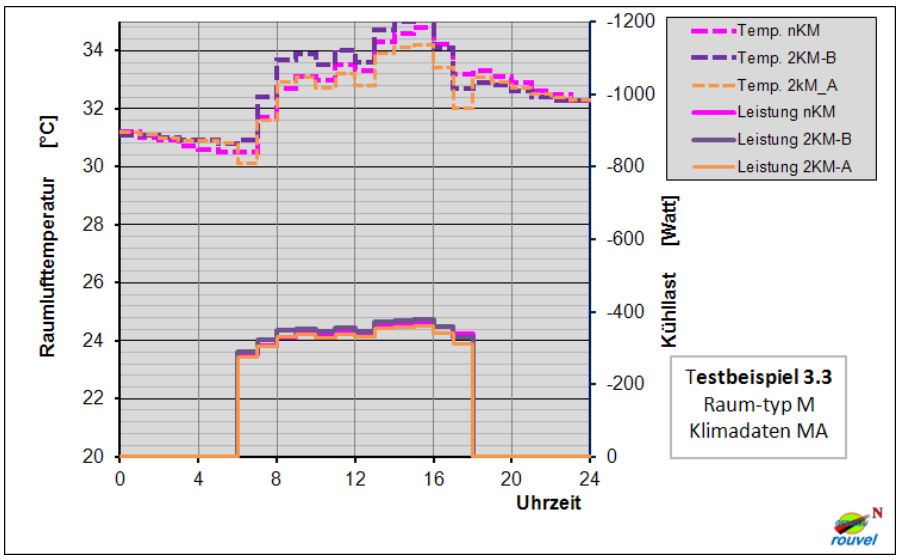


Bild 22: Vergleich der Berechnungsergebnisse
TRY5 Würzburg (DWD 1985)
Typraum S 02. September





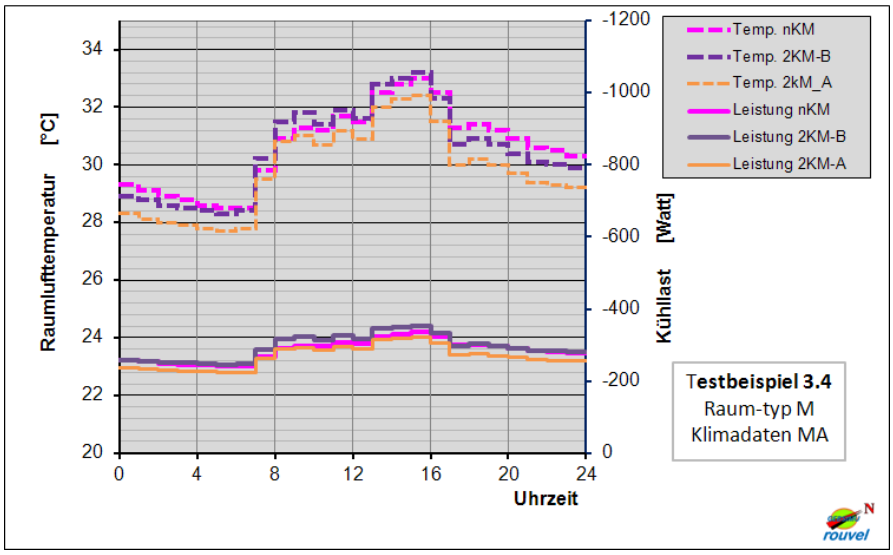
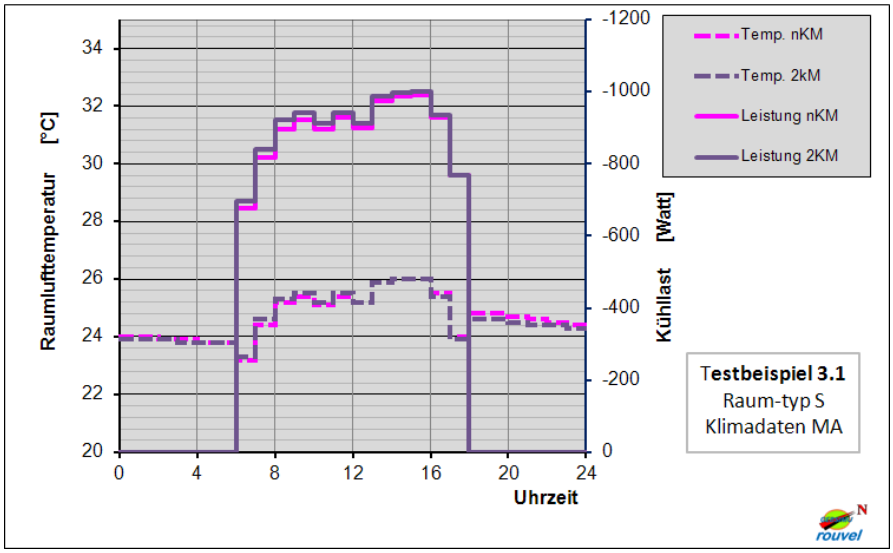
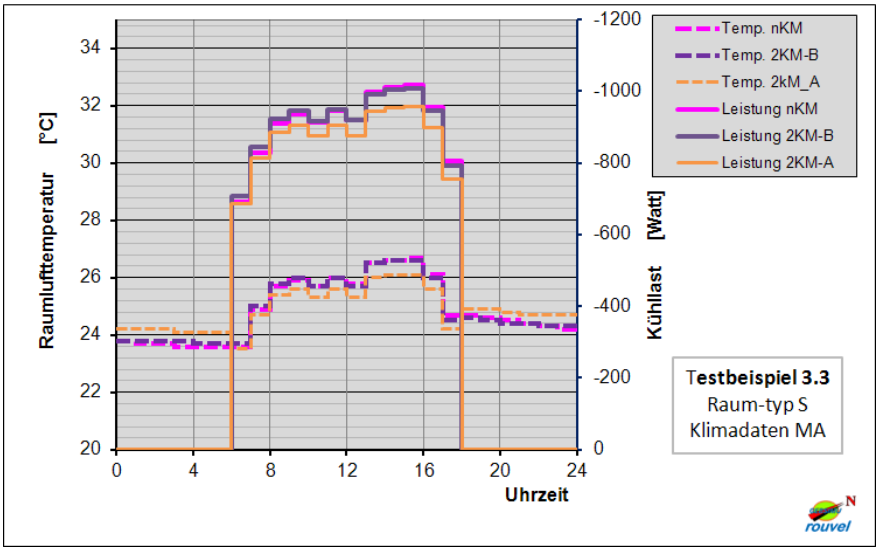


Bild 18: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ M Außenklima Mannheim





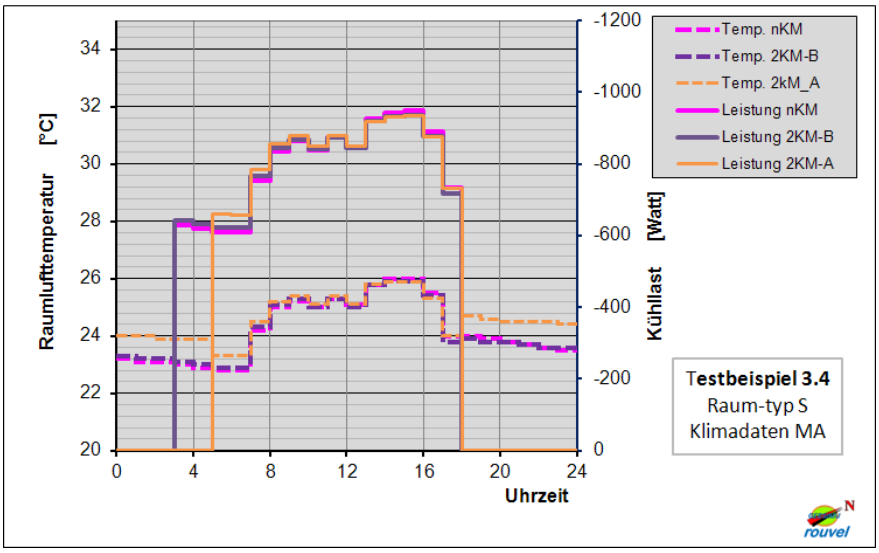
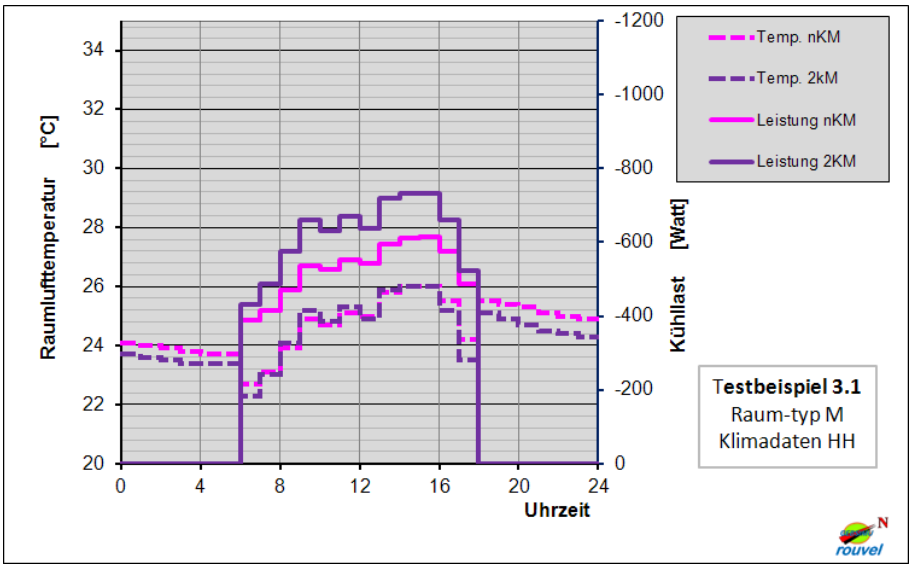
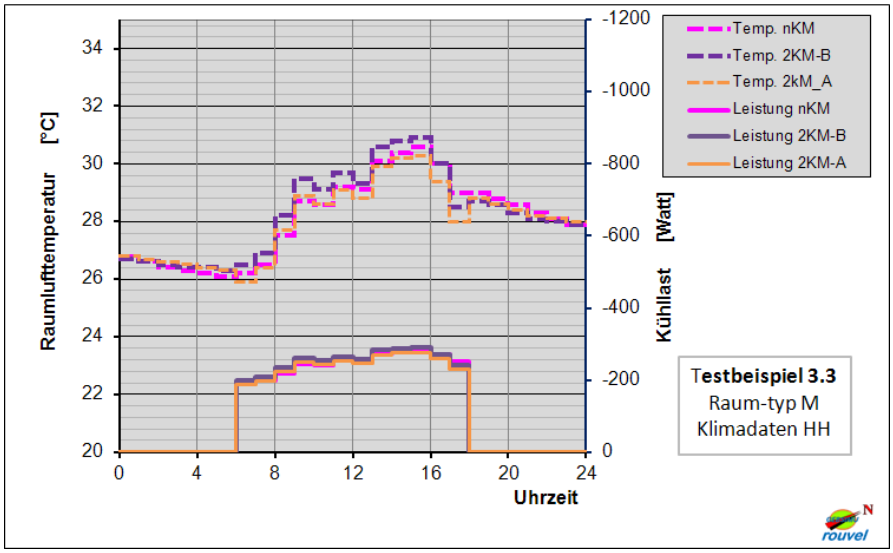


Bild 19: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ S Außenklima Mannheim





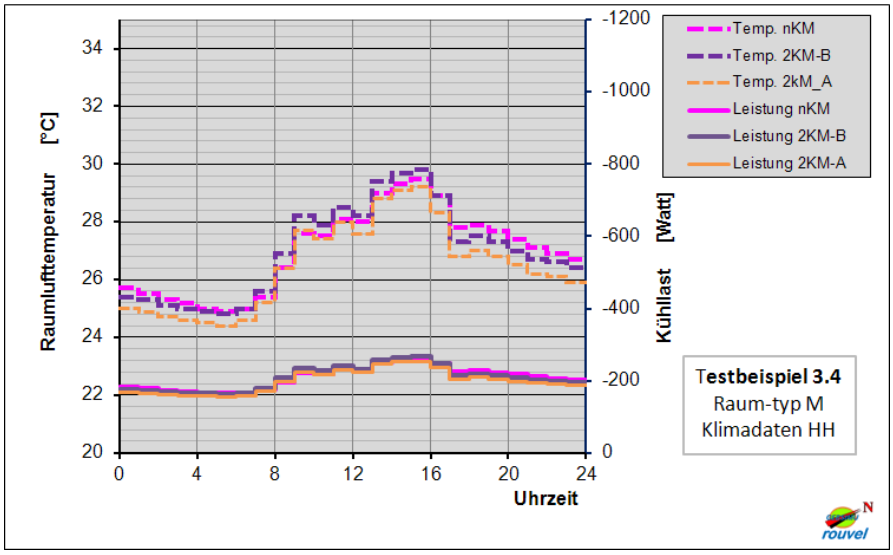
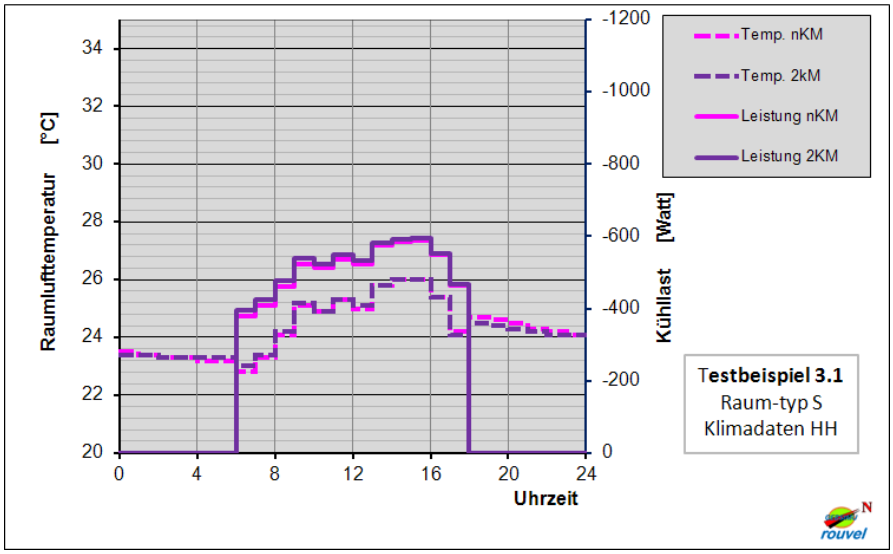


Bild 20: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ M Außenklima Hamburg



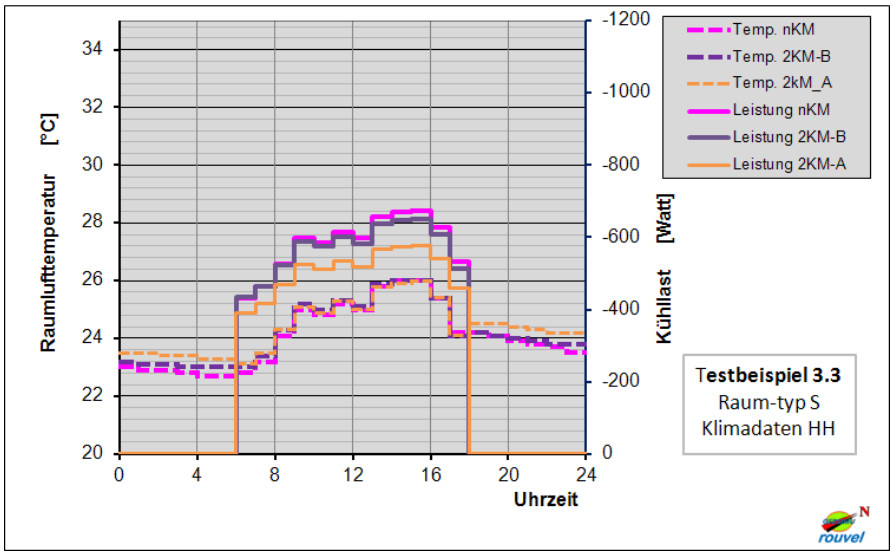
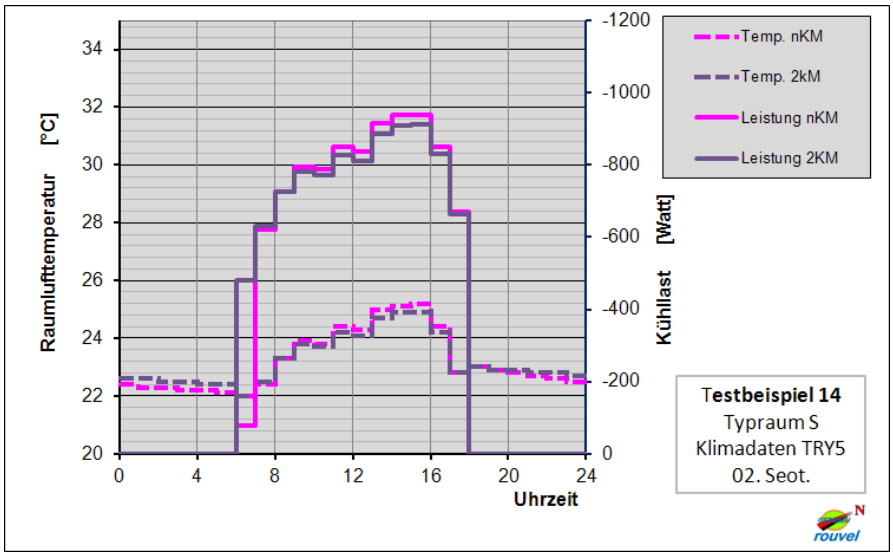


Bild 21: Vergleich der Berechnungsergebnisse
Cooling Design Day (CDD) Juli
Raum-Typ S Außenklima Hamburg



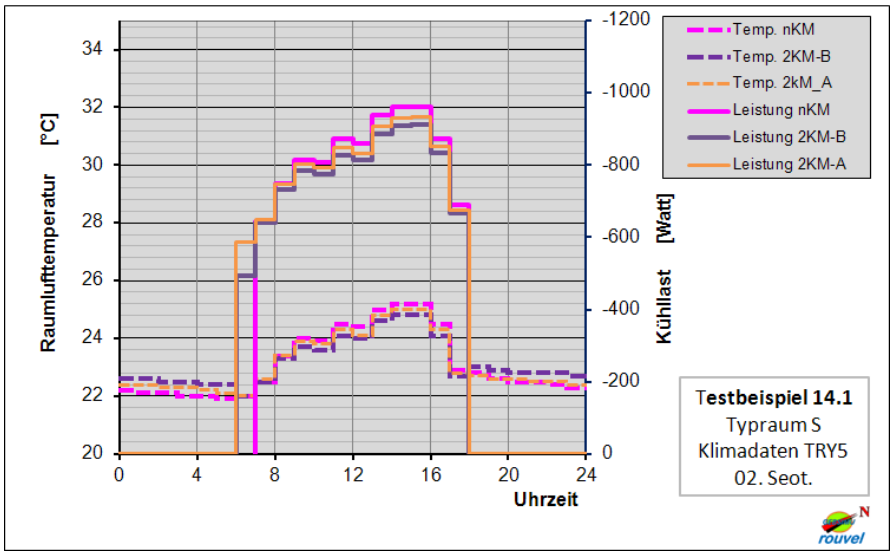


Bild 22: Vergleich der Berechnungsergebnisse
TRY5 Würzburg (DWD 1985)
Typraum S 02. September

Berücksichtigung einer Temperaturdifferenz zum Nachbarraum für „quasi-adiabate“ Innenbauteile I

L. Rouvel

Stand: Juni 2016

Das 2-Kapazitäten-Modell stößt an die nach VDI 6020 geforderten Genauigkeitsgrenzen, wenn aus dem 2-K-Modell ein 1-K-Modell wird. Dies ist der Fall, wenn alle Bauteile eines Raumes – also auch alle Innenbauteile - als nicht-adiabate Bauteile angesetzt werden.
Ursache einer solchen Vorgehensweise sind häufig Vorgaben von geringfügigen Temperaturdifferenzen zu den angrenzenden Räumen.

Für solche häufig vorkommenden Fälle – Bauteil zwischen zwei Räumen mit geringfügigem Temperaturunterschied, aber ansonsten quasi-adiabaten Verhältnissen – lässt sich dieses Bauteil mit den Berechnungsalgorithmen der VDI 6007-1 für das 2-K-Modell entsprechend dem aus Bild 17 hergeleiteten erweiterten Ersatzschaltbild nach Bild 17a berechnen mit folgenden Vorgaben bzw. Ergänzungen:

- Bauteil wird als „adiabates“ Bauteil IW berücksichtigt
- Die Temperaturdifferenz zum Nachbarraum NR wird über den Parameter $\dot{Q}_{\Delta\vartheta;NR;IW}$ berücksichtigt.

$$\dot{Q}_{\Delta\vartheta;NR;IW} = \sum_{\nu=1}^{p} U_{IW;\nu} \cdot A_{IW;\nu} \cdot \left(\bar{\vartheta}_{IL;NR_\nu} - \bar{\vartheta}_{IL}\right) \qquad (126)$$

mit: $\left(\bar{\vartheta}_{IL;NR_\nu} - \bar{\vartheta}_{IL}\right)$ ist eine Vorgabe, kein direktes Berechnungsergebnis.
Dieser Wert kann z.B. abhängig von der Außentemperatur geändert vorgegeben werden..

Folgende beiden Gleichungen müssen daher zur Berücksichtigung von $\dot{Q}_{\Delta\vartheta;NR;IW}$ erweitert werden:

$$\dot{Q}_{IW}[1] = -\left(\dot{Q}_{IL;str;IW} + \dot{Q}_{\Delta\vartheta;NR;IW}\right) \cdot KO_{IW}[1;1] - VO_{IW;Anfang}[1] \qquad (74a)$$

$$VO_{IW;Ende}[1] = VO_{IW;Anfang}[1] \cdot KO_{IW}[1;2] + KO_{IW}[1;3] \cdot \left(\dot{Q}_{IL;str;IW} + \dot{Q}_{\Delta\vartheta;NR;IW}\right)$$
$$+ KO_{IW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{HK;str;IW} + KO_{IW}[1;3] \cdot \dot{Q}_{HK;FO;IW} \qquad (121b)$$
$$+ KO_{IW}[3;3] \cdot \dot{Q}_{HK;BT;IW}$$

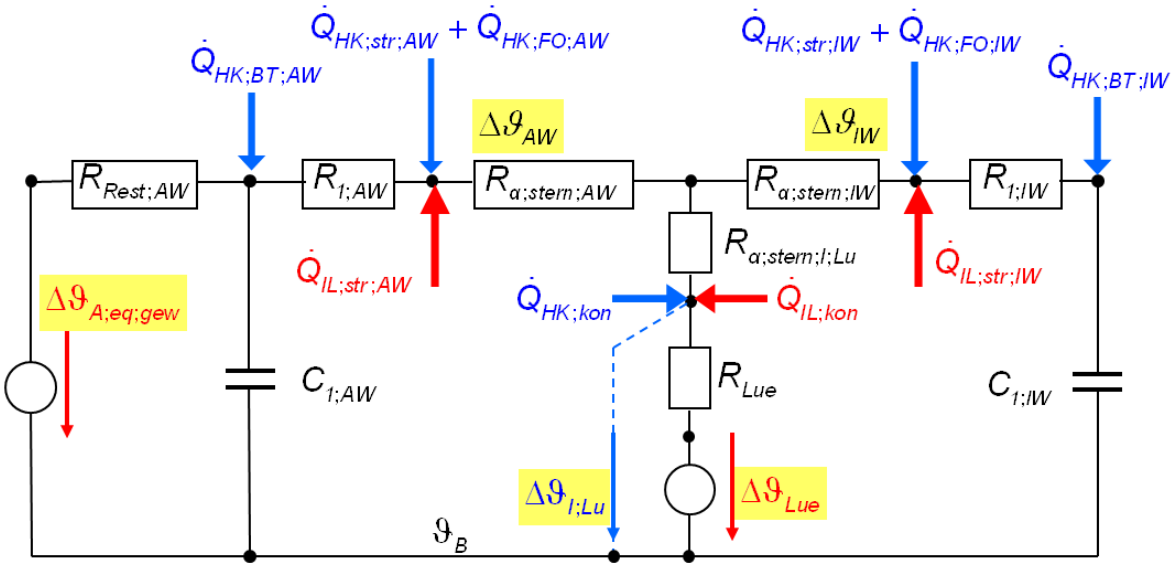


Bild 17: Erweitertes Ersatzschaltbild für das 2-K-Modell
mit differenzierter Berücksichtigung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen

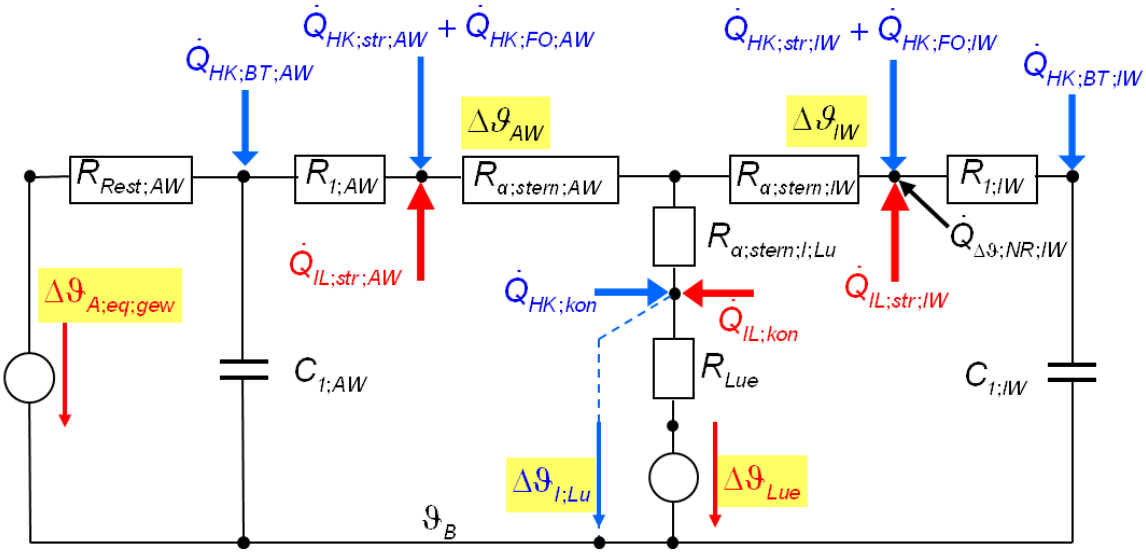


Bild 17a: Erweitertes Ersatzschaltbild für das 2-K-Modell
mit differenzierter Berücksichtigung von Flächenheiz- und Flächenkühlsystemen
und Temperaturdifferenz zu quasi-adiabaten Nachbarräumen

Somit lassen sich bei dem erweiterten 2-Kapazitäten-Modell für **Innenbauteile** folgende vier thermische Randbedingungen berücksichtigen:

1. gleiche Temperaturverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
   gleiche Strahlungsverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
   Daraus resultiert Berücksichtigung als adiabates Bauteil **IW**

2. Vorgabe einer (geringen) Temperaturdifferenz zum Nachbarraum
   ansonsten weitgehend gleiche Temperaturverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
   gleiche Strahlungsverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
   Daraus resultiert Berücksichtigung als quasi-adiabates Bauteil **IW** unter Einbezug der Gleichungen (126) sowie (74a) uns (121b)

3. Vorgabe einer Temperatur (eines Temperaturganges) im Nachbarraum
   keine Wärmestrahlung durch innere und äußere Wärmequellen im Nachbarraum
   Daraus resultiert Berücksichtigung als nicht-adiabates Bauteil **AW**

4. Vorgabe einer Temperatur (eines Temperaturganges) im Nachbarraum
   gleiche Strahlungsverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
   Daraus resultiert Berücksichtigung als nicht-adiabates Bauteil **AW** unter Einbezug der Gleichungen (37) und (38)

Die 2. Randbedingung ist als **zusätzliche** – in der Praxis häufig anzutreffende - Variante zur Berücksichtigung der Nachbarraum-Verhältnisse für den Berechnungsalgorithmus des 2-Kapazitäten-Modells.

Validierung des erweiterten 2-Kapazitäten-Modells mit dem quasi-adiabaten Innenbauteil entsprechend den Vorgaben der VDI 6020 und VDI 2078

Zur Validierung des erweiterten 2-Kapazitäten-Modells für unterschiedliche Randbedingungen bei adiabaten und nicht-adiabante **Innenbauteilen** eignet sich als Basisfall das Testbeispiel 5 der VDI 2078 (identisch auch in VDI 6020 enthalten).

Testbeispiel 5:

Berechnung der erforderlichen Kühllast (Kühlleistung) bei Vorgabe eines Schwankungsbereichs der Raumlufttemperatur von 4 K (Proportionalbereich) entsprechend VDI 2078 Abschnitt „Kühllast- und Raumtemperatur bei vorgegebenem Schwankungsbereich“ (beachte auch den zugehörigen Anhang der VDI 2078).

Alle Innenbauteile sind als adiabat angesetzt, d.h.:

gleiche Temperaturverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
gleiche Strahlungsverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
(Randbedingung 1 für alle Innenbauteile)

Berechnung der erforderlichen Kühllast sowie Tagesgang von Raumluft- und operativer Temperatur bei begrenzter Leistung.

Es sind 4 Varianten vorgegeben:

Raum-Typ M nach VDI 2078
Raum-Typ S nach VDI 2078
Außenklima von Hamburg
Außenklima von Mannheim

Die Randbedingungen der 4 Varianten des Testbeispiels 5 bieten sich auch für die Validierung des erweiterten 2-Kapazitäten-Modelle für adiabate und nicht-adiabate **Innenbauteile** an.

Testbeispiel 5a: wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen eine um 2 K höhere Raumtemperatur
(Randbedingung 2 für diese Raumtrennwände)

Testbeispiel 5b1: wie Testbeispiel 5, jedoch:
Fußboden grenzt an einen Keller mit 15 °C Raumtemperatur
keine Wärmestrahlung durch innere und äußere Wärmequellen im Keller
(Randbedingung 3 für den Fußboden)

Testbeispiel 5b2 wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen Raumtemperatur von 24 °C
keine Wärmestrahlung durch innere und äußere Wärmequellen in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen
(Randbedingung 3 für diese Raumtrennwände)

Testbeispiel 5c: wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen Raumtemperatur von 24 °C
gleiche Strahlungsverhältnisse in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen
(Randbedingung 4 für diese Raumtrennwände)

Für die Validierung nach VDI 6020 gelten folgende Grenzbedingungen für die Abweichungen:

- Mittelwert für Lufttemperatur, operative Temperatur: ± 1,0 °C
- Mittelwert für Heizlast, Kühllast: ± 50 W
- Standardabweichung für Lufttemperatur, operative Temperatur: ± 1,5 °C
- Standardabweichung für Heizlast, Kühllast: ± 60 W

In **Tabelle 5** ist der Ergebnisvergleich für die Testbeispiele 5, 5a, 5b1, 5b2 und 5c nach den Vorgaben der VDI 6020 vorgenommen.
Als Referenzergebnisse sind entsprechend den Vorgaben der VDI 6020 die Berechnungsergebnisse mit dem n-Kapazitäten-Modell (nach ***GEBSIMU***) eingegangen.

Nach Tabelle 5 erfüllt das erweiterte 2-Kapazitäten-Modell (nach *GEBSIMU*) für alle betrachteten Testfälle für die Berücksichtigung von adiabaten und nicht-adiabaten Innenbauteilen die Bedingungen der Validierung nach VDI 6020 und VDI 2078.

Das Kapitel „
Berücksichtigung einer Temperaturdifferenz zum Nachbarraum für „quasi-adiabate“ Innenbauteile I“
des vorstehenden Manuskripts mit Stand Juni 2016
ist im Juli 2016 als

Anhang C3
in die
VDI-Richtlinie VDI 6007-1
Berechnung des instationären thermischen Verhaltens von Räumen und Gebäude – Raummodell

aufgenommen worden.

Tabelle 5: Validierung des erweiterten 2-Kapazitäten-Modelle zur Berücksichtigung von quasi-adiabaten Innenbauteilen

Testbeispiele 5, 5a, 5b1, 5b2 und 5c
Validierung entsprechend den Vorgaben der VDI 6020

Auswertung der Ergebnisse nach dem 2-K-Modell der VDI 6007-1 und nach dem erweiterten 2-K-Modell nach *GEBSIMU* im Vergleich zu den Referenzverfahren nach VDI 6020 (n-K-Modell nach *GEBSIMU*)

	Vergleich von 2-K-Modell zu VDI 6020			Vergleich von 2-K-Modell zu VDI 6020		
	RAUM-LUFTTEMP. °C	OPERAT. TEMP. °C	HEIZLAST KUEHLLAST Watt	RAUM-LUFTTEMP. °C	OPERAT. TEMP. °C	HEIZLAST KUEHLLAST Watt
	Tesstbeispiel 5 - M HH CDD			**Tesstbeispiel 5 - M MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	0,03	0,07	-14,6	0,07	0,10	-11,3
Standardabweichung der Abweichung	0,16	0,19	21,8	0,22	0,23	20,1
	Tesstbeispiel 5 - S HH CDD			**Tesstbeispiel 5 - S MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,03	-0,04	2,9	-0,04	-0,06	4,2
Standardabweichung der Abweichung	0,09	0,11	6,0	0,06	0,07	6,0
	Tesstbeispiel 5a - M HH CDD			**Tesstbeispiel 5a - M MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	0,11	0,13	-9,6	0,26	0,28	-3,5
Standardabweichung der Abweichung	0,25	0,26	19,0	0,36	0,37	17,4
	Tesstbeispiel 5a - S HH CDD			**Tesstbeispiel 5a - S MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,01	-0,02	3,3	-0,03	-0,04	4,6
Standardabweichung der Abweichung	0,07	0,09	6,7	0,05	0,06	5,9
	Tesstbeispiel 5b1 - M HH CDD			**Tesstbeispiel 5b1 - M MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	0,04	0,04	4,0	-0,01	-0,02	5,7
Standardabweichung der Abweichung	0,14	0,14	9,9	0,09	0,09	8,4
	Tesstbeispiel 5b1 - S HH CDD			**Tesstbeispiel 5b1 - S MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	0,05	0,04	4,4	-0,03	-0,03	3,2
Standardabweichung der Abweichung	0,10	0,11	8,0	0,07	0,07	4,8
	Tesstbeispiel 5b2 - M HH CDD			**Tesstbeispiel 5b2 - M M A CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,09	-0,08	-3,7	-0,03	-0,04	1,8
Standardabweichung der Abweichung	0,13	0,15	8,7	0,13	0,14	8,1
	Tesstbeispiel 5b2 - S HH CDD			**Tesstbeispiel 5b2 - S MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,01	-0,01	3,3	-0,02	-0,04	6,0
Standardabweichung der Abweichung	0,08	0,09	4,7	0,06	0,06	7,0
	Tesstbeispiel 5c - M HH CDD			**Tesstbeispiel 5c - M MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	-0,10	-0,09	-3,6	-0,05	-0,05	1,3
Standardabweichung der Abweichung	0,15	0,16	9,6	0,22	0,23	20,1
	Tesstbeispiel 5c - S HH CDD			**Tesstbeispiel 5c - S MA CDD**		
gemeinsame Auswertung April bis Sept.:						
Mittelwert der Abweichung	0,00	-0,01	3,6	-0,02	-0,04	6,3
Standardabweichung der Abweichung	0,08	0,08	5,1	0,06	0,06	7,3

	Vergleich 2-K-Modell zu VDI 6020		
	RAUM-LUFTTEMP. °C	OPERAT. TEMP. °C	HEIZLAST KUEHLLAST Watt
	Tesstbeispiele 3 bis 5 Maximum aller Varianten		
gemeinsame Auswertung April bis Sept :			
Mittelwert (Absolutwert) der Abweichung	0,26	0,28	14,6
Standardabweichung der Abweichung	0,36	0,37	21,8
	Validierungs-Grenzbedingung		
Mittelwert (Absolutwert) der Abweichung	< 1,00	< 1,00	< 50,0
Standardabweichung der Abweichung	< 1,50	< 1,50	< 60,0

Anhang: Vergleich der Berechnungsergebnisse

In den **Bildern 23 bis 27** ist ein grafischer Vergleich der Berechnungsergebnisse für die Testbeispiele 5, 5a, 5b1, 5b2 und 5c vorgenommen.

Für die Testbeispiele 5 bis 5c ist für den Cooling Design Day (CDD) im Juli jeweils der Tagesgang dargestellt. von

- Raumlufttemperatur und
- Kühllast

Für jedes der 5 Testbeispiele gibt es 4 Einzeldarstellungen für die Ergebnisse:

- Raum-Typ M nach VDI 2078 Klimadaten für Mannheim (MA)
- Raum-Typ S nach VDI 2078 Klimadaten für Mannheim (MA)
- Raum-Typ M nach VDI 2078 Klimadaten für Hamburg (HH)
- Raum-Typ S nach VDI 2078 Klimadaten für Hamburg (HH)

Die Abkürzungen in der Legende bedeuten:

nKM: Referenzverfahren nach VDI 6020
n-Kapazitäten-Modell (nach *GEBSIMU*)

2KM: 2-Kapazitäten-Modell nach VDI 6007-1
2-Kapazitäten-Modell nach *GEBSIMU*

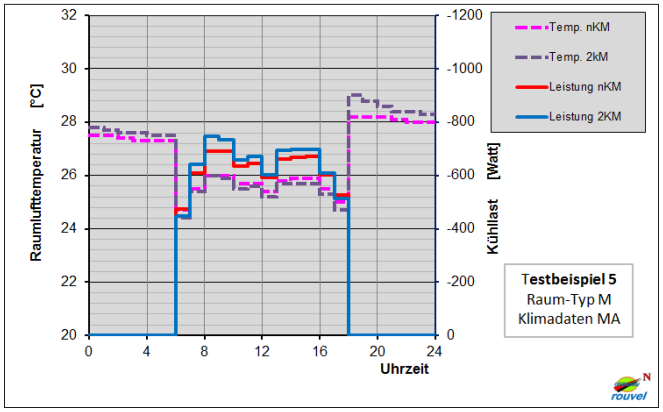
Testbeispiel 5: für alle Innenbauteile gilt:
gleiche Temperaturverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
gleiche Strahlungsverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
(Randbedingung 1 für alle Innenbauteile)

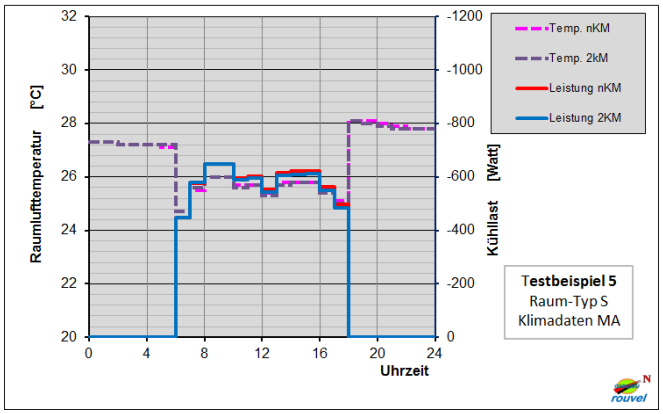
Testbeispiel 5a: wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen eine um 2 K höhere Raumtemperatur
(Randbedingung 2 für diese Raumtrennwände)

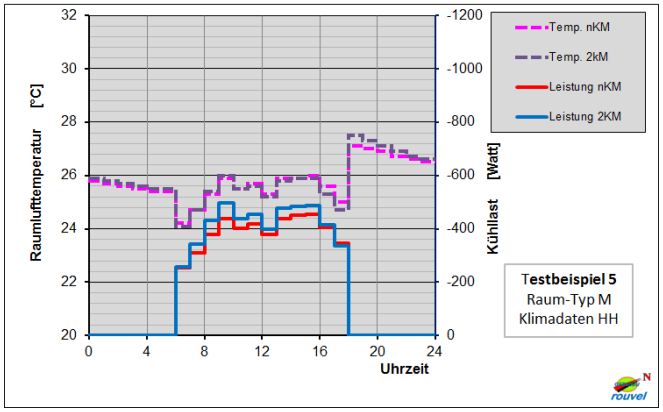
Testbeispiel 5b1: wie Testbeispiel 5, jedoch:
Fußboden grenzt an einen Keller mit 15 °C Raumtemperatur
keine Wärmestrahlung durch innere und äußere Wärmequellen im Keller
(Randbedingung 3 für den Fußboden)

Testbeispiel 5b2 wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen Raumtemperatur von 24 °C
keine Wärmestrahlung durch innere und äußere Wärmequellen in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen
(Randbedingung 3 für diese Raumtrennwände)

Testbeispiel 5c: wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen Raumtemperatur von 24 °C
gleiche Strahlungsverhältnisse in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen
(Randbedingung 4 für diese Raumtrennwände)







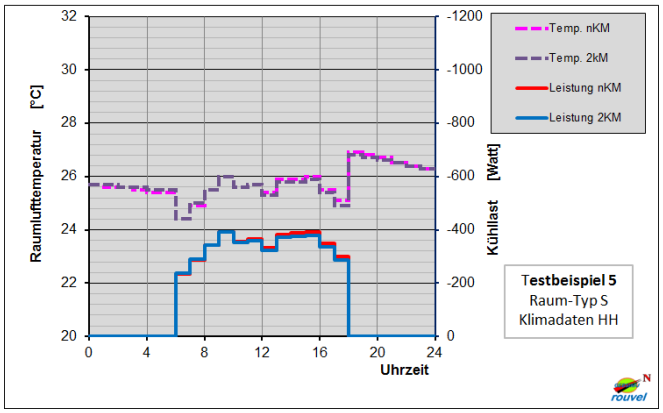
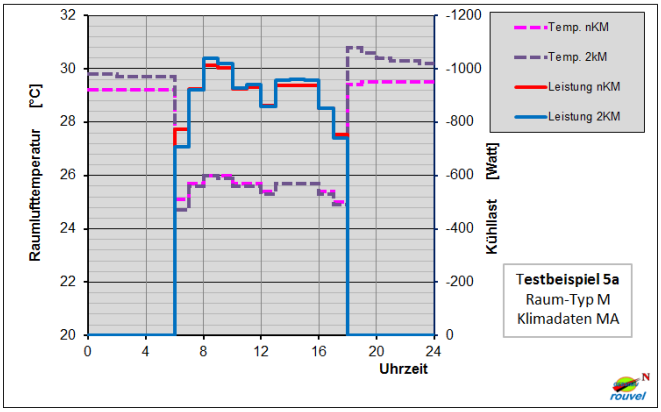
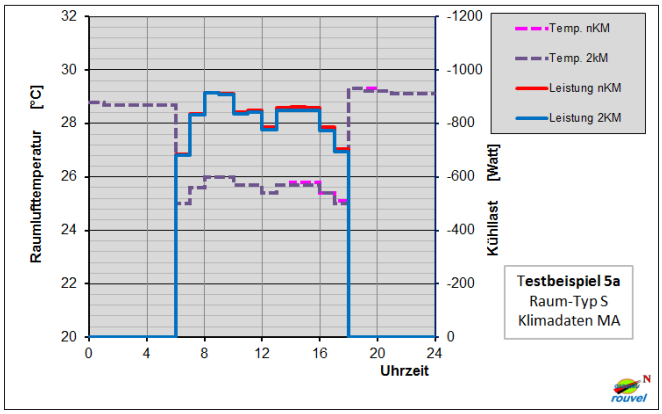
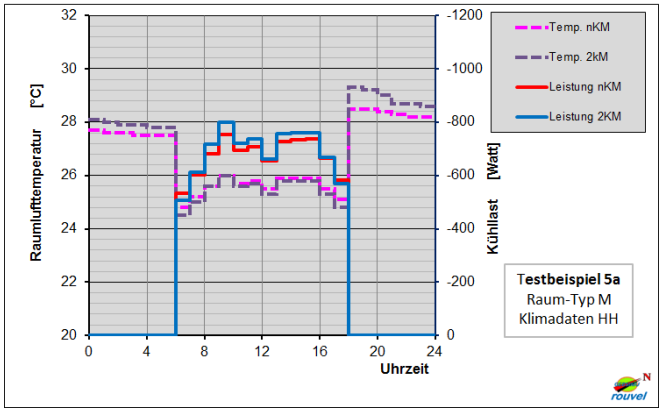


Bild 23: Testbeispiel 5 - für alle Innenbauteile gilt:
gleiche Temperaturverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
gleiche Strahlungsverhältnisse auf beiden Seiten des Bauteils
Cooling Design Day (CDD) Juli







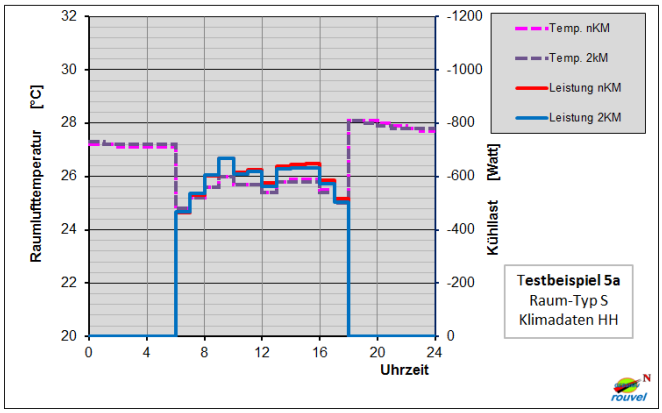
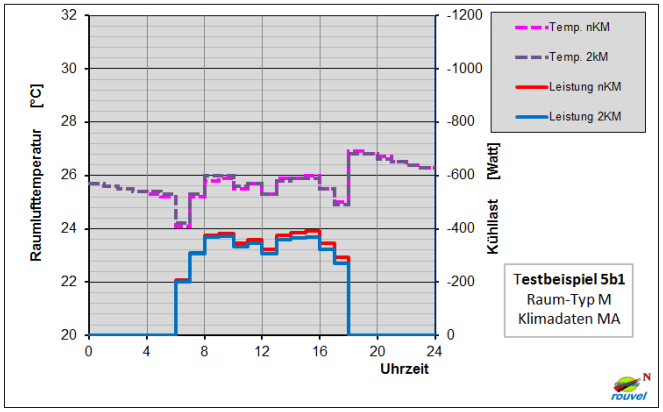
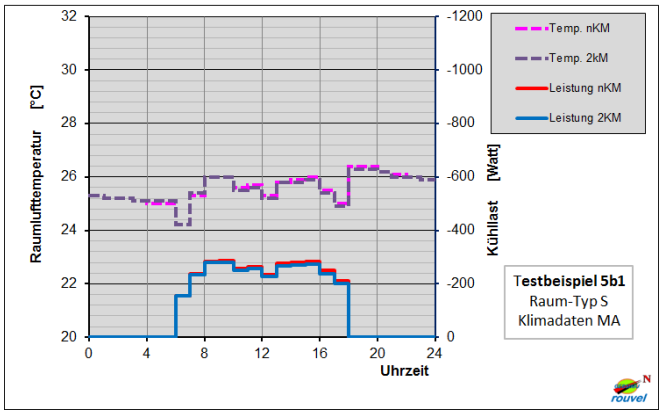
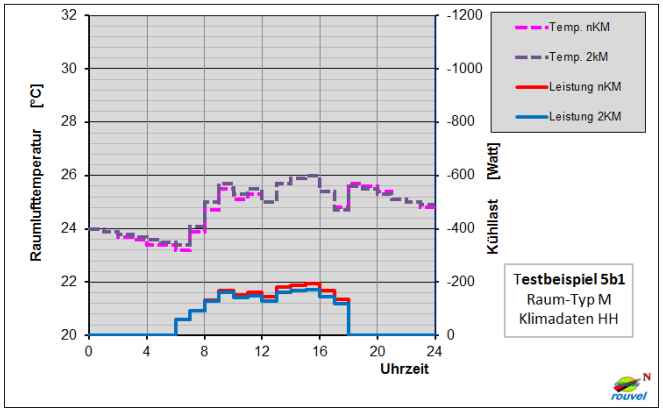


Bild 24: Testbeispiel 5a - wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen eine um 2 K höhere Raumtemperatur
Cooling Design Day (CDD) Juli







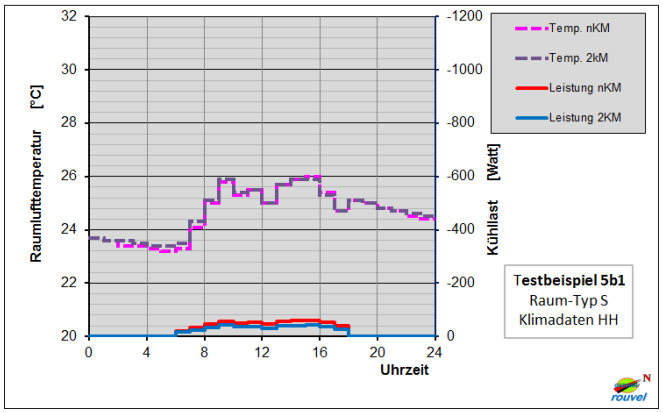
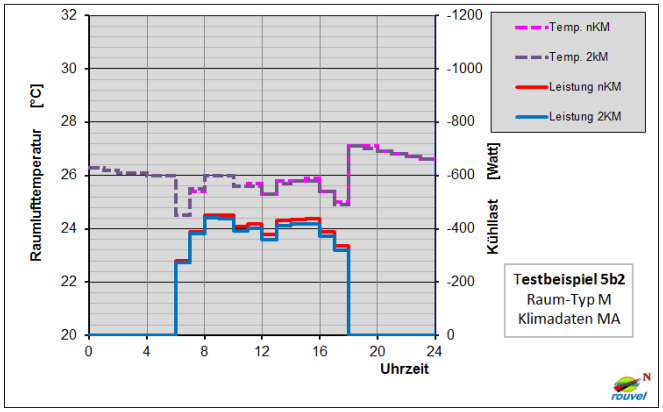
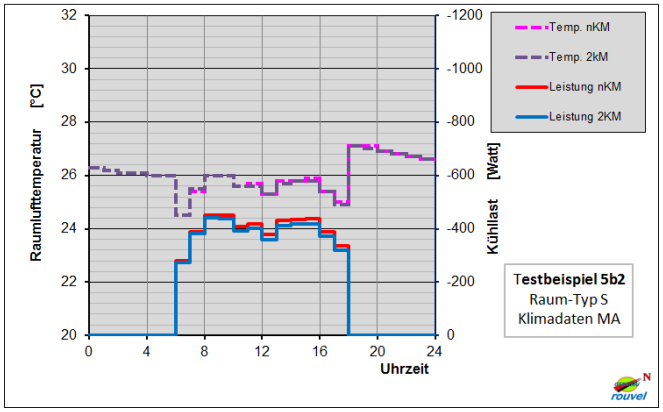
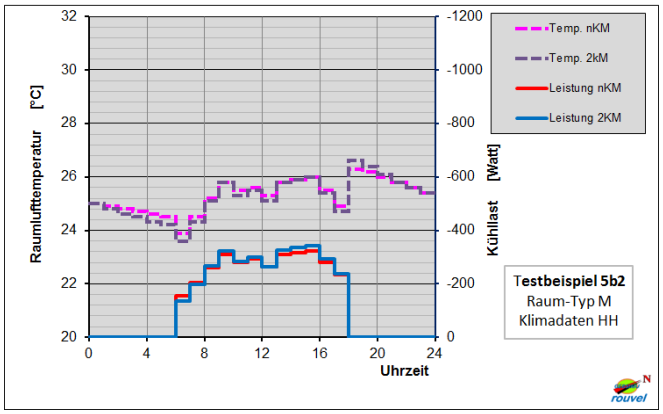


Bild 25: Testbeispiel 5b1 - wie Testbeispiel 5, jedoch:
Fußboden grenzt an einen Keller mit 15 °C Raumtemperatur
keine strahlenden Wärmequellen im Keller
Cooling Design Day (CDD) Juli







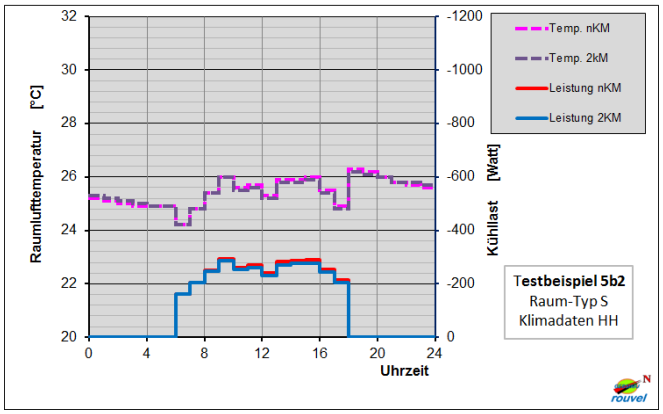


Bild 26: Testbeispiel 5b2 - wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen Raumtemperatur von 24 °C
keine strahlenden Wärmequellen in den angrenzenden Räumen
Cooling Design Day (CDD) Juli

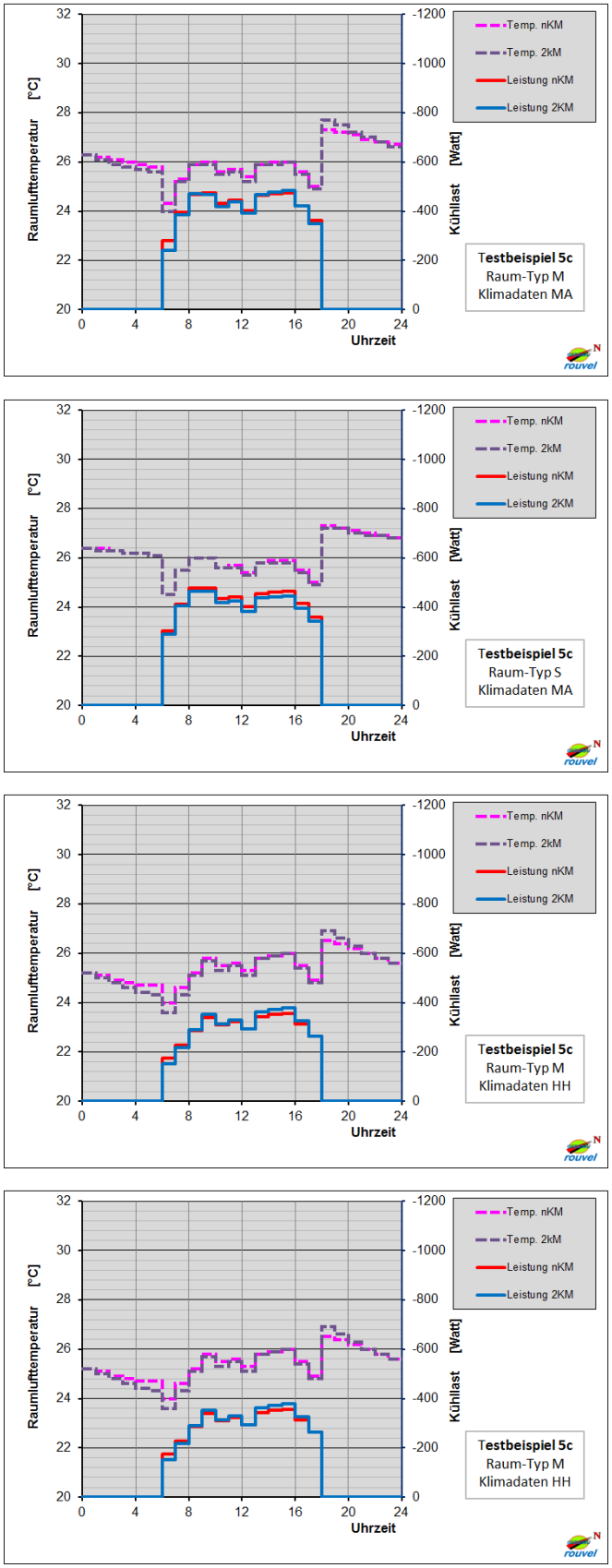


Bild 27: Testbeispiel 5c - wie Testbeispiel 5, jedoch:
in den an die Raumtrennwände angrenzenden Räumen Raumtemperatur von 24 °C
gleiche Strahlungsverhältnisse in den angrenzenden Räumen
Cooling Design Day (CDD) Juli

PROF. DR.-ING. HABIL. LOTHAR ROUVEL
FACHGEBIET ENERGIETECHNIK UND -VERSORGUNG · THERMISCHE GEBÄUDESIMULATION

SÄULINGSTRASSE 4
80686 MÜNCHEN

TEL.: 089-576804 FAX: 089-5706641
ROUVEL@GEBSIMU.DE WWW.GEBSIMU.DE